



**Titre:** Estimateur d'état basé sur les courants pour les réseaux de  
Title: distribution

**Auteur:** Mourad Houari  
Author:

**Date:** 2014

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Houari, M. (2014). Estimateur d'état basé sur les courants pour les réseaux de  
Citation: distribution [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/1390/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1390/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Ilhan Kocar  
Advisors:

**Programme:** génie électrique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ESTIMATEUR D'ÉTAT BASÉ SUR LES COURANTS POUR LES RÉSEAUX  
DE DISTRIBUTION

MOURAD HOUARI

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES

(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

AVRIL 2014

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ESTIMATEUR D'ÉTAT BASÉ SUR LES COURANTS POUR LES RÉSEAUX DE  
DISTRIBUTION

présenté par : HOUARI Mourad

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MAHSEREDJIAN Jean, Ph.D., président

M. KOCAR Ilhan, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. LACROIX Jean-Sébastien, M.Sc.A., membre

## DÉDICACE

*Ce travail est dédié :*

*À ma femme Naima qui m'a soutenu tout au long de mes études*

*À mes enfants Rym, Rayane et Rami*

*À mes parents*

## **REMERCIEMENTS**

En préambule à ce mémoire, je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce modeste travail.

Je tiens à remercier Monsieur Jean Sébastien Lacroix pour sa précieuse aide lors de la réalisation du présent travail.

Je dois également souligner le travail d'orientation et d'encadrement de mon directeur de recherche le professeur Ilhan Kocar.

Finalement un grand merci à ma femme Naïma pour son soutien, sa présence et son appui.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire présente le développement d'un estimateur d'état général pour les réseaux de distribution basé sur les courants comme variables d'état, et modélisé comme étant un problème des moindres carrés pondérés avec un ensemble de contraintes qui forme un système surdéterminé et non linéaire. Dans la littérature d'aujourd'hui les recherches se limitent à des réseaux triphasés et à des mesures triphasées.

L'apport significatif du présent travail est d'intégrer dans l'estimateur d'état toutes les mesures de tension, y compris les mesures de tension monophasées et biphasées, les différentes contraintes liées aux lois de l'électricité ainsi que les transformateurs et les régulateurs de tension quelque soit leur emplacement dans le réseau, sur la branche principale ou dans les boucles.

Le modèle mathématique associé à l'estimateur d'état en question est un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes d'inégalités et d'égalités. Avec l'intégration des positions des prises, le modèle devient un problème d'optimisation en nombres entiers. Un tel problème est difficile à résoudre surtout pour des systèmes de grande taille. Au début, pour simplifier le problème, les positions des prises sont considérées continues et par la suite la solution peut être raffinée en discrétisant les positions des prises moyennant des algorithmes simples. Le problème est résolu par la méthode Hachtel augmentée. Celle-ci repose sur un processus itératif et à chaque itération, un système d'équation linéaire est résolu. Comme toute méthode itérative, la performance dépend très fortement de la solution de départ.

## ABSTRACT

This paper presents the development of a general state estimator for distribution networks based on current as state variables, and modeled as a weighted least squares problem with a set of constraints that form a nonlinear overdetermined system. In today's literature search is limited to three-phase systems and three-phase measurements.

The significant contribution of this work is to integrate into the state estimator all voltage measurements, including single-phase and two-phase voltage measurements, the various constraints of the laws of electricity. Also transformers and voltage regulators must be treated regardless to their location in the network, in the main branch or in loops.

The mathematical model of the branch current state estimator is a constrained nonlinear optimization problem (equality and inequality constraints). With the integration of tap positions, the model becomes a discrete optimization problem. Such problem is extremely hard to solve; especially for large systems. To simplify the problem, the tap positions are initially considered continuous and then the solution can be refined in order to get discrete tap positions by applying simple algorithms. The problem is solved by the augmented Hachtel method increased. This is based on an iterative process and at each iteration, a system of linear equation is solved. As with any iterative method, the performance is highly dependent on the starting solution.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	iii
REMERCIEMENTS .....	iv
RÉSUMÉ.....	v
ABSTRACT .....	vi
LISTE DES TABLEAUX.....	xi
LISTE DES FIGURES.....	xii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	xiv
LISTE DES ANNEXES.....	xvi
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 2 MISE EN CONTEXTE.....	4
2.1 État de fonctionnement d'un système électrique.....	4
2.2 Analyse de la sécurité et conduite d'un système électrique .....	5
2.3 Estimateur d'état pour les réseaux de distribution .....	6
2.4 Hypothèses .....	9
CHAPITRE 3 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET RÉOLUTION.....	10
3.1 Modélisation mathématique .....	10
3.1.1 Ajout des contraintes d'égalité.....	12
3.1.2 Ajout des contraintes d'inégalité.....	13
3.2 Algorithme de résolution.....	17
3.2.1 Initialisation.....	17
3.2.2 Résolution du système linéaire Gauss-Newton.....	18
3.2.3 Ajustement du paramètre $\rho$ et la longueur du pas $\delta$ .....	18
3.2.4 Algorithme de résolution.....	19



CHAPITRE 4	LES PSEUDO-MESURES ET LES MESURES DE FLUX .....	21
4.1	Pseudo-mesures .....	22
4.1.1	Vecteur mesures $z$ : .....	22
4.1.2	Vecteur estimation des mesures $h(x)$ :.....	22
4.1.3	Matrice des covariances .....	23
4.1.4	Matrice Jacobienne $H(x)$ : .....	24
4.2	Mesure de flux de puissance .....	25
4.2.1	Vecteur de mesures ( $z$ ) .....	26
4.2.2	Matrice de covariances .....	26
4.2.3	Matrice Jacobienne $H(x)$ .....	27
4.3	Mesure de courant en amplitude .....	27
4.3.1	Vecteur de mesure .....	28
4.3.2	Matrice des covariances .....	28
4.3.3	Fonction $h(x)$ .....	28
4.3.4	Matrice Jacobienne $H(x)$ .....	28
CHAPITRE 5	INTRODUCTION DES MESURES DE TENSIONS DANS LE BCDSE .....	29
5.1	Calcul de $H(x)$ .....	30
5.1.1	Cas simple (aucun Transformateurs ou régulateurs).....	30
5.1.2	Cas avec transformateurs et/ou régulateurs de tension. ....	32
5.1.3	Mesure de tension sur une continuité monophasée .....	44
5.1.4	Mesure de tension biphasée.....	51
CHAPITRE 6	LES CONTRAINTES .....	55
6.1	Barre Zéro-Injection.....	55
6.2	Compensation shunt capacitive ou réactive .....	56

6.3	Les Boucles .....	56
6.3.1	Boucle simple (sans transformateurs et sans régulateurs de tension): .....	57
6.3.2	Boucles avec des transformateurs et/ou régulateurs de tension: .....	58
6.4	Transformateurs .....	61
6.4.1	Matrice Jacobienne $C(x)$ pour les courants .....	62
6.4.2	Matrice Jacobienne $C(x)$ pour les positions des prises.....	63
6.5	Régulateurs de tensions .....	65
6.5.1	Régulateur de tension type A : .....	66
6.5.2	Régulateur de tension type B .....	67
6.6	Contrainte liée à une DG.....	68
6.7	Contraintes additionnelles .....	70
CHAPITRE 7	QUELQUES EXCEPTIONS À CONSIDÉRER DANS LE BCDSE.....	72
7.1	Source tension variable .....	72
7.2	Transformateur et régulateur de tension avec une tension de consigne. ....	73
7.2.1	Voltage regulators .....	73
7.2.2	Transformateur .....	74
7.2.3	Production Distribuée.....	74
CHAPITRE 8	DÉTECTION ET CORRECTION DES ERREURS DE MESURES.....	75
8.1	Détection et identification des erreurs.....	75
8.1.1	Test Khi-deux pour la détection des données erronées .....	75
8.1.2	Utilisation des propriétés de la loi gaussienne .....	76
CHAPITRE 9	TESTS ET RÉSULTATS.....	77
9.1	Réseaux prototypes .....	79
9.1.1	Premier cas .....	79

9.1.2 Deuxième Cas .....	83
9.2 Cas d'un réseau réel .....	86
CHAPITRE 10 CONCLUSION .....	89
RÉFÉRENCES .....	91
BIBLIOGRAPHIE .....	94
ANNEXES .....	95

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1: Comparaison entre réseaux de transport et réseaux de distribution [1]. .....	7
Tableau 5-1: Différentes configurations de transformateur avec leurs ratio (N et $N_0$ ) .....	32
Tableau 5-2: Matrice de passage pour les tensions .....	33
Tableau 5-3: Matrice de passage courant pour chaque configuration de transformateur .....	34
Tableau 9-1: État de référence .....	80
Tableau 9-2: mesure de flux PQ (exacte et perturbée) .....	80
Tableau 9-3: Mesure de courant (exacte et perturbée) .....	80
Tableau 9-4: Mesure de tension (exacte et perturbée) .....	81
Tableau 9-5: Résultats des simulations .....	81
Tableau 9-6: Les tensions pour le cas de référence et celles issues des 5 simulations .....	82
Tableau 9-7: Évaluation de la statistique $Z_s$ .....	82
Tableau 9-8: Évaluation de la statistique $Z_s$ avec plus de précision sur la tension (1%). .....	83
Tableau 9-9: Les tensions du cas de référence et les moyennes issues des simulations. ....	84
Tableau 9-10: La statistique $Z_s$ évaluée à chaque phase de chaque barre du réseau .....	84

## LISTE DES FIGURES

Figure 2-1: Diagramme des états de fonctionnement d'un système électrique [13] .....	4
Figure 2-2: Évaluation de la sécurité statique : diagramme fonctionnel [13] .....	5
Figure 2-3: Différentes approches de l'estimateur d'état pour les réseaux de distribution.....	7
Figure 2-4: Les différentes méthodes pour résoudre un problème WLS .....	8
Figure 3-1: Structure générale de l'algorithme. ....	19
Figure 3-2: L'organigramme de l'estimateur d'état .....	20
Figure 5-1: Un exemple de réseau où la notion de zone est introduite .....	35
Figure 5-2 Calcul des nouvelles impédances dans la zone où se trouve la mesure de tension. ....	37
Figure 5-3: Exemple de calcul de la matrice $D$ associée à chaque transformateur/Régulateur. ....	40
Figure 5-6: Exemple de réseaux avec des transformateurs et régulateurs de tension .....	42
Figure 5-7: Exemple d'une mesure de tension sur une artère monophasée.....	44
Figure 5-8: Un exemple qui illustre une mesure de tension sur une artère biphasée .....	51
Figure 6-1: Chemin amont/aval d'une simple boucle.....	57
Figure 6-2: Des transformateurs et/ou régulateurs sont localisés dans la boucle.....	58
Figure 6-3: Introduction d'une génératrice dans le réseau.....	68
Figure 6-4: Exemple d'un réseau avec des ramifications sans charge.....	70
Figure 7-1: Modélisation d'une source variable. ....	73
Figure 9-1: Test bilatéral à un seuil de 5% .....	78
Figure 9-2: Réseau test simple: premier cas.....	79
Figure 9-3: Configuration du deuxième réseau test. ....	83
Figure 9-4: Densité de la matrice Hachtel augmentée pour l'exemple précédent .....	85
Figure 9-5: Cas d'un réseau réel .....	86
Figure 9-6: Paramètres du BCDSE .....	87

Figure 9-7: Les tensions issues du LA et BCDSE par rapport au cas de référence. ....	87
--	----

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

La liste des sigles et abréviations présentent, dans l'ordre alphabétique, les sigles et abréviations utilisés dans le mémoire ainsi que leur signification. En voici quelques exemples :

(1.1)	Équation 1.1
[1]	Référence 1
BCDSE	Branch current distribution state estimator
BFS	Backward Forward Sweep
$BW$	Bande morte (BandWidth)
$C(x)$	Matrice Jacobienne associée aux contraintes d'égalité
DG	Distributed Generation
EKF	Extended Kalman Filter
$h(x)$	vecteur de fonctions d'estimation
$H(x)$	Matrice Jacobienne associée aux fonctions d'estimations
$I_{crm}$	Matrice de passage courant
Img	Partie imaginaire d'un nombre complexe
$I_r$	Partie réelle du courant
$I_X$	Partie imaginaire du courant
EKF	Filtre de Kalman Étendu (Extended Kalman Filter)
LA	Load Allocation(Allocation de Charge)
LTC	Load Tap Changer(Régleur en charge)
$N$	Rapport de transformation d'un transformateur
$NVM$	Une écriture simplifié de la matrice de passage de tension $V_{nvm}$
KKT	Karush-Kuhn Tucker
Re	Partie réel d'un nombre complexe

$P$	Puissance active
$PF$	Power Factor(Facteur de puissance)
$Q$	Puissance réactive
$R_{P/Q}$	Ratio $P/Q$
OPF	Optimal Power Flow
$Tap$	Prise
$Y_g$	Etoile mise à la terre
$V_{nvm}$	Matrice de passage tension
VR	Voltage Regulator(Régulateur de tension)
$V_r$	Partie réelle de la tension
$V_x$	Partie imaginaire de la tension
VVO	Volt Var Optimisation
$W$	Matrice des covariances
WLS	Weighted Least Square
$z$	Vecteur des mesures
$Z_{dv}$	Voltage drop impedance
$\varphi_i$	Phase $i$
$\theta_{v\varphi i}$	Angle de la tension pour la phase $i$
$\sigma^2$	La variance



## LISTE DES ANNEXES

Annexe 1– Contraintes liées aux régulateurs de tension avec la configuration

Delta fermée: Calcul de la matrice Jacobienne par rapport aux positions

de prises.....95

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

L'estimateur d'état pour les réseaux électrique est un outil qui permet d'identifier la situation la plus probable du réseau, en se basant sur des mesures redondantes et entachées d'erreurs. Initialement cet outil a été développé pour les réseaux de transport et il se base sur les tensions(module et angle) des barres comme variables d'état [1]-[2].

Contrairement aux réseaux de transport, les réseaux de distribution sont faiblement bouclés, déséquilibrés, de grande taille et sous équipés d'appareils de mesure [1][22]. De plus, pour alimenter des charges monophasées, biphasées et triphasées, les réseaux de distribution en général se caractérisent par des continuités monophasées et biphasées. À partir des années 90, on s'intéressait d'avantage aux réseaux de distribution pour atteindre une meilleure efficacité énergétique, ce qui est considéré comme une finalité de plusieurs pays. En effet plusieurs travaux de recherches ont été initiés afin de développer des estimateurs d'état propres aux réseaux de distribution. Au début, les tensions sont toujours conservées comme variables d'état du système [3] et afin de pallier au manque flagrant des mesures qui engendre des problèmes d'observabilité, les charges sont considérées comme des pseudo-mesures avec un risque d'erreur très élevé. Quant aux techniques appliquées, trois principales approches ont été sollicités : une première approche est basée sur l'écoulement de puissance, la deuxième est basée sur les réseaux de neurones, la troisième utilise le filtre de Kalman [2] et la dernière qui est la plus répandue, elle se base sur les moindres carrés pondérés (WLS) [1][4][6][7]. Singh, Pal et Jabr [23] ont conclu que WLS convient parfaitement aux réseaux de distribution.

Le DSE basé sur la répartition de puissance est considéré pratique, robuste et simple [1]. Il peut être facilement intégré dans l'engin de calcul Back ward-Forward Sweep(BFS). En contrepartie, il est très limité, car il ne tient pas compte de la précision des appareils de mesures, ni de la redondance et ni des mesures de tension [4].

L'estimateur d'état basé sur les réseaux de neurones et les approches statistiques se limite juste à des publications d'articles. Dans l'heure actuelle, ce genre d'estimateur est difficile à concrétiser [4].

Le filtre de Kalman (KF) standard ne peut pas être appliqué aux réseaux de distribution vu que ce dernier suppose que les fonctions de mesures sont linéaires. Néanmoins il est possible d'appliquer le filtre de Kalman étendu (EKF) sous certaines conditions [2].

Baran et Kelley [6] ont introduit, pour la première fois, les courants de branches comme variables d'état à la place des tensions dans l'approche traditionnelle WLS, mais les mesures de tension ont été négligées. Dans cet article [6], les auteurs ont démontré que ce type d'estimateur d'état convient le mieux à la nature des réseaux de distribution. C'est à dire les réseaux sont radiaux et faiblement bouclés. En effet l'estimateur d'état qui fait appel à l'approche traditionnelle WLS, offre une bonne stabilité numérique et la possibilité de découpler un système multiphasé en sous-systèmes monophasés dans certains cas. Récemment, les mesures de tension ont été introduites pour améliorer les performances du BCDSE [7]. Plusieurs recherches qui se basaient sur les courants, ont été menées, mais en général, en se basant sur des réseaux triphasés, simples et composés généralement de lignes et/ou de câbles.

L'objectif du présent travail de recherche est de développer un estimateur d'état – en utilisant la formulation de courants de branche- qui doit tenir compte de la réalité des réseaux de distribution et qui est capable de supporter n'importe quelle configuration de réseau et quel que soit sa complexité. Il est à souligner que le traitement des transformateurs LTC et/ou les régulateurs de tension localisés sur le chemin qui joint la mesure de tension (quelque soit sa nature: triphasée, biphasée ou monophasée) à la source ou dans les boucles, est la principale contribution dans le présent travail de recherche. Après une revue de littérature approfondie, le choix s'est porté sur un estimateur d'état basé sur les moindres carrées pondérées dont les variables d'état sont les courants de branche. L'approche WLS est basée sur le fait que les mesures sont supposées être des variables aléatoires indépendantes et distribuées selon une loi gaussienne [13]. Alors l'application de la théorie de la maximum vraisemblance aboutie à une minimisation d'une fonction objective d'une forme quadratique pondérée. Avec l'introduction des contraintes physiques à respecter telles que les lois de Kirchhoff, on arrive à un modèle d'optimisation non linéaire avec contraintes d'égalité. Certaines configurations de réseau peuvent contenir des transformateurs équipés d'un régleur en charge(LTC) ou des régulateurs de tensions, alors dans ce cas-ci les positions de prise sont des variables d'état à estimer. Comme ces dernières ne peuvent être que des entiers alors le modèle mathématique devient un problème d'optimisation non linéaire en nombre entiers. Ce type de problèmes est très complexe de point

de vu résolution. Il est à noter que les techniques d'optimisation se limitent au domaine des réels, cependant les complexes sont traduits par leur forme rectangulaire (partie réelle et imaginaire) ou par leur forme polaire (module et argument). Chaque variable complexe donne naissance à deux variables ce qui augmente la taille du problème considérablement. La méthode de résolution choisie est celle de Hachtel augmentée [13]-[14]. Cette méthode peut être enrichie pour intégrer les contraintes d'inégalité liées aux limites de production des génératrices et aux plages des prises, moyennant une optimisation par une barrière logarithmique qui fait partie de la famille points intérieurs [14]. Initialement les prises sont considérées continues et une fois la solution est obtenue, un algorithme est exécuté pour discrétiser les positions des prises.

Les formules et les algorithmes développés sont généraux pour prendre toutes les configurations possibles des réseaux de distribution à savoir :

1. La possibilité d'avoir une série de transformateurs et/ou régulateurs de tension de différentes configurations dans les branches ou dans les boucles.
2. La possibilité d'avoir des artères mixtes : Artère triphasée avec une continuité biphasée ensuite monophasées ou une artère biphasée avec une continuité monophasée.
3. La possibilité d'avoir des mesures triphasées, biphasées et/ou monophasées.
4. La possibilité d'avoir une tension de source variable.

Le présent document est structuré en 10 chapitres. Le premier chapitre présente une revue de littérature, les contributions et l'approche de modélisation choisie. Le deuxième chapitre apporte une mise en contexte et quelques définitions de base liées à l'estimateur d'état. Le chapitre 3 donne un aperçu détaillé sur la modélisation mathématique du BCDSE ainsi que la démarche sur la résolution du problème. Les chapitres 4 et 5 décrivent les différentes pseudo-mesures et mesures. Le chapitre 6 décrit les différentes contraintes et leur matrice Jacobienne. Le chapitre 7 met l'accent sur les exceptions à prendre en charge dans l'estimateur d'état. Le chapitre 8 est consacré à l'analyse des mesures erronées pour augmenter la fiabilité et la robustesse de l'outil. Le chapitre 9 est dédié aux tests et à l'analyse des résultats fournis par le BCDSE. Le dernier chapitre est une conclusion avec les perspectives futures.

## CHAPITRE 2 MISE EN CONTEXTE

Le présent chapitre vise à introduire la définition de quelques notions de base reliées à l'estimateur d'état, aussi l'intérêt de ce dernier pour les réseaux de distribution et les hypothèses de base pour ce travail de recherche.

### 2.1 État de fonctionnement d'un système électrique

Un système électrique peut être opéré dans trois principaux états, état normal, état dégradé et état critique [13]. Dans un état de fonctionnement normal, toutes les variables sont dans les limites admissibles [15]. Le système opère d'une manière sécuritaire si ce dernier peut se rétablir en situation d'incident. Un système électrique peut se trouver dans un état normal mais il fonctionne proche des limites et il n'y a pas assez de marge pour faire face au moindre incident. Dans ce cas l'état du réseau est normal mais non sécuritaire. En cas d'incident, les contraintes ne seront plus respectées. A cet effet, il est nécessaire de prendre des mesures préventives. Les conditions de fonctionnement peuvent changer subitement suite à un incident majeur inattendu et le réseau continuera à alimenter la charge malgré la violation des contraintes. Dans une telle situation, le système est dit dans un état critique. Cette situation nécessite une action immédiate de la part de l'opérateur afin d'éliminer les violations. En conséquence, le système fonctionne avec une charge et une configuration de réseau réduites. Cette situation du système est appelée état de fonctionnement dégradé [6].

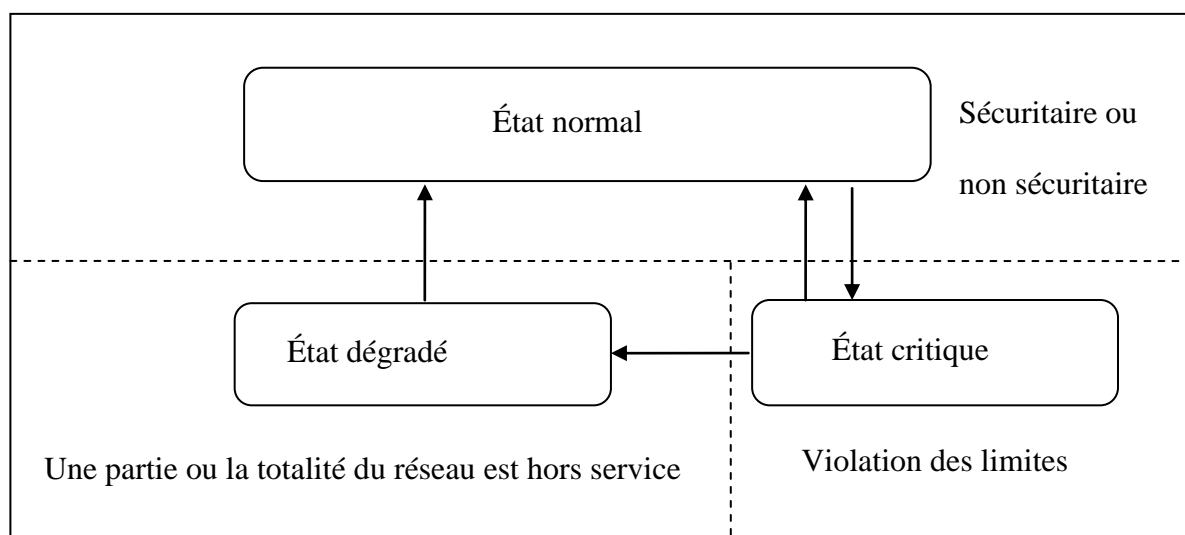


Figure 2-1: Diagramme des états de fonctionnement d'un système électrique [13]

## 2.2 Analyse de la sécurité et conduite d'un système électrique

La conduite d'un système électrique se fait à travers un centre de control. L'objectif essentiel de la conduite d'un système électrique est de surveiller son fonctionnement, et de prendre les actions cohérentes si nécessaire pour le maintenir constamment dans un état normal et sécuritaire. La séquence d'actions préventives est liée à l'analyse de la sécurité du réseau électrique qui se base sur les solutions fournies par l'estimateur d'état.

Les résultats de l'estimateur d'état vont permettre de classer l'état du système dans l'une des trois catégories illustrées par la Figure 2-1. Si le système est classé dans l'état normal, alors une analyse de contingences est effectuée pour déterminer si sa situation est sécuritaire ou non. Dans le cas où la situation n'est pas sécuritaire, des actions préventives sont à entreprendre pour maintenir le réseau dans un état normal et sécuritaire [13]. La Figure 2-2 illustre les opérations à exécuter pour faire face à des situations anormales.

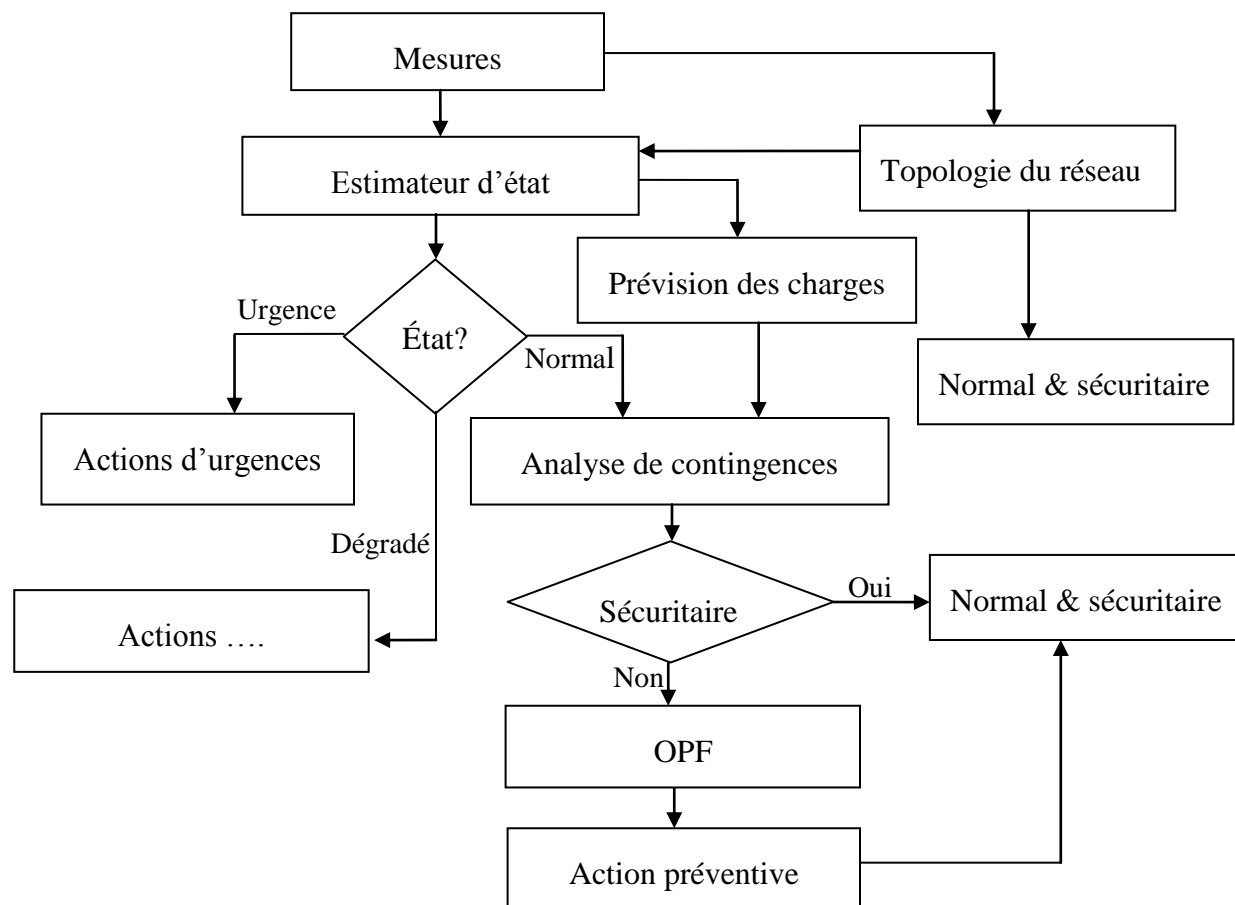


Figure 2-2: Évaluation de la sécurité statique : diagramme fonctionnel [13]

## 2.3 Estimateur d'état pour les réseaux de distribution

Les informations sur les différentes mesures sur le réseau sont reçues dans les centres de control et traitées par l'estimateur d'état pour filtrer les bruits, détecter et identifier les erreurs. L'estimateur d'état donne une estimée optimale de l'état du réseau, en se basant sur les mesures disponibles et une configuration de réseau données [13].

Les études de la planification se basent sur la connaissance de la charge avec précision or, la charge dans les réseaux de distribution est considérablement distribuée. Actuellement, on utilise l'allocation de charges qui est basée sur l'allocation d'une demande associée à un flux de puissance mesurée sur les différentes charges du réseau selon leur poids. Ces derniers sont calculés pour chaque phase, à partir des informations concernant soit l'historique de la charge, soit la capacité maximale en kVA connectée (capacité du transformateur qui alimente la charge), soit le nombre de clients. À chaque itération, la demande est allouée sur les charges selon ces poids et un écoulement de puissance est exécuté pour comparer le flux de puissance à la demande. Si la différence en valeur absolue est inférieure à la tolérance désirée, le processus a atteint la solution finale. Sinon une mise à jour de la demande est nécessaire avant de réitérer à nouveau.

Ce module d'allocation de charge est un outil simple et robuste mais il est assez limité car il ne tient pas compte de la redondance ni de la précision des appareils de mesure ni des mesures de tension. Néanmoins sa solution est assez bonne pour initier l'estimateur d'état.

Ce dernier va raffiner cette solution en tenant compte de toutes les mesures et de leurs précisions et de la redondance, pour y arriver à une solution finale plus réaliste et plus probable. Cependant les charges issues de l'estimateur d'état, sont considérées plus exactes, et donc plus fiable pour entamer des études de planification des réseaux de distribution. De plus, ses résultats peuvent servir les différents modules conçus pour une exploitation optimale.

Les réseaux de distribution ont des caractéristiques différentes de celles des réseaux de transport [1]. A cet effet, l'estimateur d'état développé pour ces derniers ne peut pas être appliqué aux réseaux de distribution sans l'avoir adapté. Pour développer un tel outil il faut bien comprendre la nature des réseaux de distribution.

Le Tableau 2-1 résume ces différences :

Tableau 2-1: Comparaison entre réseaux de transport et réseaux de distribution [1].

Caractéristiques	Réseaux de transport	Réseaux de distribution
Topologie	Généralement très bouclés et l'analyse ne peut pas être séparée	Plusieurs stations avec plusieurs départs et chacun peut être analysé indépendamment des autres
Équilibrage	Balancé, la séquence positive suffit pour l'analyse.	Un débalancement considérable. L'analyse par phase est nécessaire.
SCADA	Une abondance de mesures sur le réseau. Le système est observable.	Très peu de mesures ce qui rend le système n'est pas observable
Taille	Quelques centaines de barres à mille ou deux milles.	La fourchette est entre 10000 à 100000

Depuis les années 90 à ce jour, une panoplie d'articles concernant l'estimateur d'état pour les réseaux de distribution, a été publiée [1]-[12] [20]-[24]. La Figure 2-3 illustre les trois principales approches proposées dans ces articles.

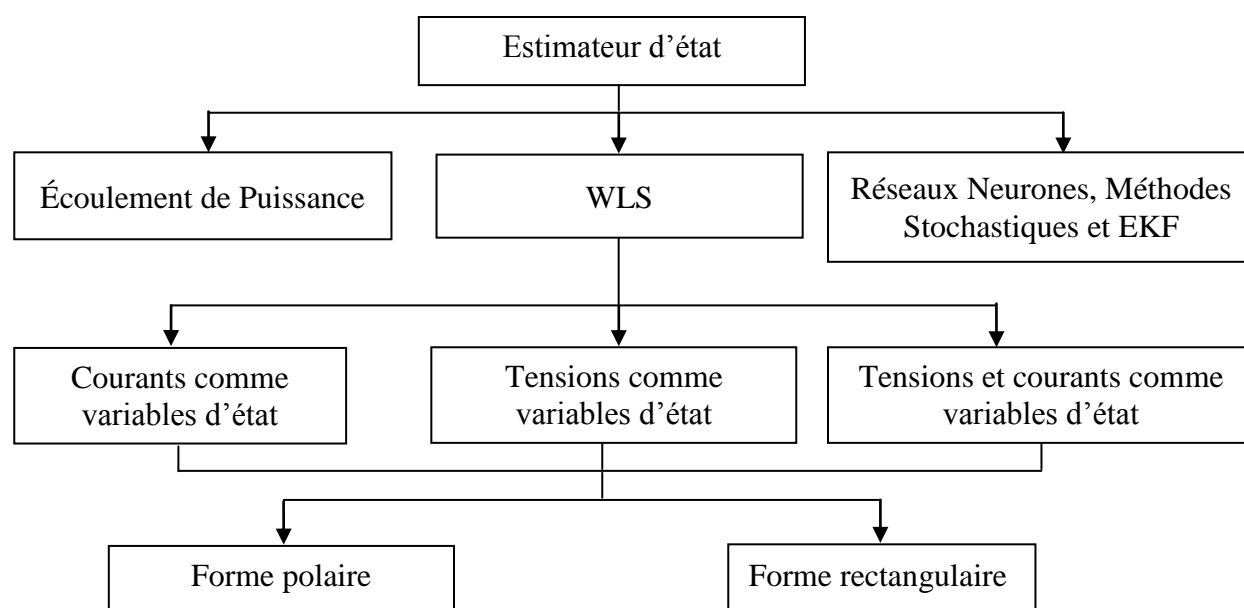


Figure 2-3: Différentes approches de l'estimateur d'état pour les réseaux de distribution



L'approche des moindres carrés pondérés est formulée sur la base de certaines hypothèses faite sur les erreurs de mesurage. Ces erreurs sont considérées comme des variables aléatoires indépendantes et distribuées selon une loi normale de moyenne nulle et de variance connue [13, p.127].

Les méthodes de résolution sont nombreuses. Chacune des méthodes a ses limites, ses avantages et ses inconvénients. La méthode Hachtel augmentée présente plus d'avantages surtout pour une matrice Jacobienne variable, elle est numériquement stable et elle s'avérée significativement rapide pour une itération complète [17]. La présence des contraintes d'inégalité sont prises en compte seulement par la méthode de point intérieur. Elle stipule d'ajouter une fonction barrière à la fonction objective et traduire les inégalités à des équations en ajoutant la variable d'écart pour chaque égalité. En appliquant les conditions d'optimalité du premier ordre KKT (Karush-Kuhn Tucker), on aura un système similaire à celui d'Hachtel mais avec une taille plus grande. Les facteurs d'accélération associés à la méthode de point intérieur sont pris égale à l'unité, mais il serait intéressant de trouver la grandeur de ces facteurs afin d'accélérer le mieux possible la convergence de l'estimateur d'état pour les réseaux de distribution.

La Figure 2-4 montre les différentes méthodes qui peuvent être appelées pour résoudre un estimateur d'état basé sur l'Approche WLS.

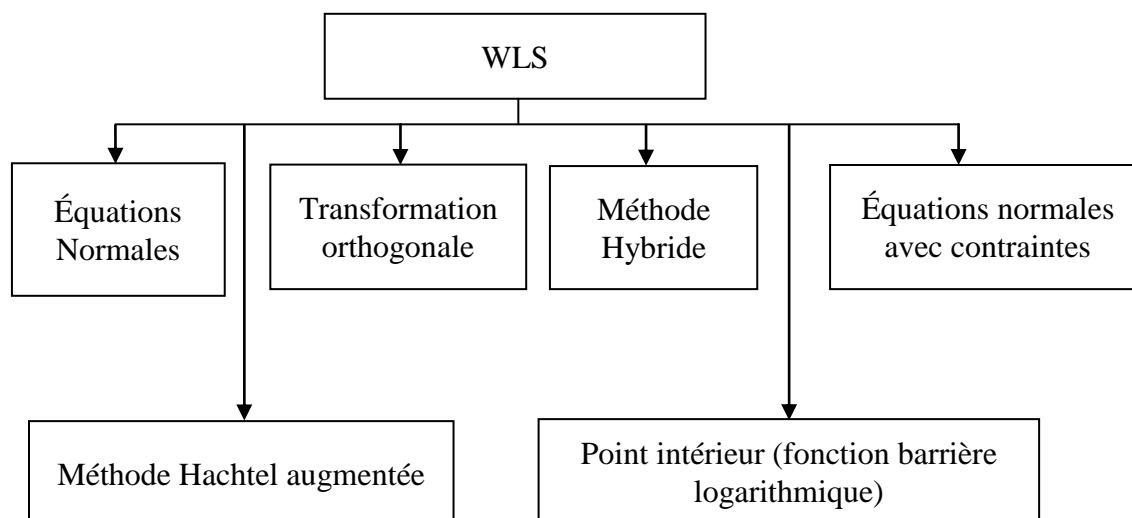


Figure 2-4: Les différentes méthodes pour résoudre un problème WLS

## 2.4 Hypothèses

Quelques hypothèses de base sont formulées pour simplifier les problèmes de point de vu calcul et compréhension, quand c'est nécessaire mais sans influencer les résultats.

Les courants de branches, les prises des transformateurs et les prises des régulateurs de tension sont des variables d'état. A cet effet toutes les fonctions de mesure doivent être exprimées en fonction des ces variables d'état.

Bien que les courants primaires et secondaires d'un transformateur ou d'un régulateur de tension soient liés, dans le BCDSE, les deux groupes (courant primaires et secondaires) sont considérés comme des variables d'état. Des contraintes sont ajoutées pour respecter la liaison dans le processus d'optimisation WLS.

L'optimisation se fait dans le domaine des réels, alors chaque variable complexe qui intervienne dans le processus de calcul est traduite sous la forme de deux réels qui compose sa forme rectangulaire. La partie réelle est notée  $Re$  et la partie imaginaire par  $Img$

Les charges sont considérées comme des pseudo-mesures avec une très faible précision. Quand il y a plusieurs charges connectées au même nœud, elles seront regroupées selon la précision et on connecte chaque groupe à un nœud fictif qui est lié directement au nœud d'origine.

Les admittances shunts des lignes sont négligées.

Les mesures sont indépendantes, d'où la covariance entre deux mesures est nulle.

Les pseudo-mesures (charges) se caractérisent par une grande imprécision et le facteur de puissance avec une petite imprécision. Afin de simplifier le calcul de la Jacobienne un ratio  $Q/P$  est utilisé pour représenter le facteur de puissance. A cet effet pour chaque pseudo-mesure on ajoute le ratio  $Q/P$  comme pseudo-mesure avec plus de précision comparativement à la charge.

Les pseudo-mesures ( $P$ ,  $Q$ ) et les mesures de flux ( $P,Q$ ) sont transformées en un équivalent de courant. Ceci permet d'avoir une matrice Jacobienne identité pour les flux de puissance et une matrice constante pour les pseudo-mesures.

Chaque mesure ou pseudo-mesure a une précision exprimée en pourcentage. Cette précision est convertie à une variance, en supposant que la précision est équivalente à  $3\sigma$  pour couvrir 99% des cas(propriété de la loi normale).

## CHAPITRE 3 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET RÉOLUTION

Le présent chapitre vise à présenter le modèle mathématique détaillé du BCDSE et les algorithmes de résolution.

### 3.1 Modélisation mathématique

L'approche WLS est basée sur l'hypothèse que les erreurs de mesurage sont des variables aléatoires indépendantes et distribuées selon la loi gaussienne de moyenne nulle et de variance connue.

Chaque mesure  $i$  est associée à une erreur  $r_i$  tel que :

$$f_r(r_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad (3.1)$$

L'erreur  $r_i$  est exprimée par la formule suivante :

$$r_i = z_i - \mu_i \quad (3.2)$$

$z_i$  : la  $i^{\text{ème}}$  Mesure de  $i$

$\mu_i$  : Estimé de  $z_i$

$\sigma_i$  : est la variance de  $z_i$

La fonction de densité associée à chaque mesure  $z_i$  :

$$f(z_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad (3.3)$$

La variance est connue et on désire connaître la valeur estimée de chaque mesure  $z_i$  pour maximiser la probabilité que chacune des mesures  $i$  parmi les  $m$ , soit distribuée selon la même loi gaussienne. Ceci est l'objectif de la théorie de l'estimation par le maximum de vraisemblance. La fonction de probabilité à maximiser est appelée la densité de probabilité jointe des mesures  $z$  ou la fonction de vraisemblance.

Comme les mesures sont indépendantes, leur fonction de vraisemblance est simplement le produit des densités marginales. Ainsi, la densité de probabilité jointe pour ce modèle s'écrit comme suit :

$$f_m(z, \mu) = \prod_{i=1}^m f(z_i) \quad (3.4)$$

$\mathbf{z}^T = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m]$  est le vecteur des  $m$  mesures et  $\boldsymbol{\mu}^T = [\mu_1 \ \mu_2 \ \dots \ \mu_m]$  est le vecteur de  $m$  estimations.

Pour un très grand nombre de mesures,  $f_m$  peut être extrêmement petite et prendre des valeurs au delà des possibilités des nombres à virgule flottante que les ordinateurs manipulent. C'est pour cette raison, entre autres, qu'il est d'usage normal de maximiser le logarithme de la fonction plutôt que la fonction de vraisemblance elle-même [16].

La fonction logarithmique modifiée est notée  $F_\ell$  et s'écrit :

$$F_\ell = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} (z_i - \mu_i)^2 - \frac{m}{2} \log(2\pi) - \sum_{i=1}^m \log(\sigma_i) \quad (3.5)$$

Le maximum de cette fonction modifiée est le minimum de la fonction  $f$  suivante :

$$f = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} (z_i - \mu_i)^2 \quad (3.6)$$

La moyenne  $\mu_i$ , est l'estimé ( $E(z_i)$ ) de la mesure  $z_i$ , qui peut être exprimé comme  $h_i(x)$ , une fonction non linéaire dépendante des variables d'état  $x$  [13, p. 17].

La forme matricielle du problème de minimisation décrit par l'équation (3.6) est comme suit :

$$\text{Minimiser : } \frac{1}{2} (\mathbf{r}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r}) \quad (3.7)$$

$$\text{Sous contraintes : } \mathbf{r} = \mathbf{z} - \boldsymbol{\mu} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(x)$$

où :

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{mm} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ \vdots \\ h_m(x) \end{bmatrix}$$

### 3.1.1 Ajout des contraintes d'égalité

L'estimateur d'état doit respecter les contraintes physiques telles que les lois de Kirchhoff et la loi qui relie les courants primaires au courants secondaire pour chaque transformateur ou régulateur de tension. L'ensemble de ces contraintes est noté  $\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  et elles sont détaillées dans le chapitre 5

En tenant compte de ces contraintes d'égalité, le problème d'optimisation (3.7) devient comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser :} \quad & \frac{1}{2}(\mathbf{r}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r}) \\ \text{Sous contraintes :} \quad & \mathbf{r} - \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{3.8}$$

La condition nécessaire d'optimalité pour le problème d'optimisation (3.8) est que  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{r}$  est un point stationnaire de la fonction de Lagrange [14].

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r}) - \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{c}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{r} - \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})) \tag{3.9}$$

$\boldsymbol{\eta}$  et  $\boldsymbol{\lambda}$  sont des vecteurs de multiplicateurs de Lagrange.

Cette condition nécessite que  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{r}$  satisfassent le système d'équation non linéaire suivant [13]:

$$\begin{aligned} \nabla_{\boldsymbol{\eta}} \mathcal{L} &= -\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L} &= -\mathbf{C}^T \boldsymbol{\eta} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} \mathcal{L} &= -\mathbf{r} + \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \nabla_{\mathbf{r}} \mathcal{L} &= \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r} - \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{3.10}$$

Ce système peut être simplifié, en éliminant la variable  $\mathbf{r}$  ou  $\boldsymbol{\lambda}$  moyennant le quatrième bloc d'équation. La variable  $\mathbf{r}$  est isolée à partir du quatrième bloc d'équation:

$$\mathbf{r} = \mathbf{W} \boldsymbol{\lambda} \tag{3.11}$$

Après avoir remplacé  $\mathbf{r}$  dans le troisième bloc d'équation du système (3.10), il devient:

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} \mathcal{L} = -\mathbf{W} \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{3.12}$$

Le système d'équation non linéaire (3.10) peut être résolu itérativement par la méthode de Newton-Gauss qui stipule une approximation linéaire comme suit :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c}(\mathbf{x}) &\approx \mathbf{C}(\mathbf{x}^k)\Delta\mathbf{x} + \mathbf{c}(\mathbf{x}^k) \\
 \mathbf{h}(\mathbf{x}) &\approx \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)\Delta\mathbf{x} + \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) \\
 \mathbf{H}(\mathbf{x}) &\approx \mathbf{H}(\mathbf{x}^k) \\
 \mathbf{C}(\mathbf{x}) &\approx \mathbf{C}(\mathbf{x}^k)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

On remplace ces approximations linéaires dans le système (3.10) simplifié :

$$\begin{aligned}
 -\mathbf{c}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} = -\mathbf{C}(\mathbf{x}^k)\Delta\mathbf{x} - \mathbf{c}(\mathbf{x}^k) \\
 -\mathbf{C}^T\boldsymbol{\eta} - \mathbf{H}^T\boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{0} \\
 -\mathbf{W}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} = -\mathbf{W}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)\Delta\mathbf{x} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Le système (3.14) est équivalent :

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{0}]\boldsymbol{\eta} + [\mathbf{0}]\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^k)\Delta\mathbf{x} &= -\mathbf{c}(\mathbf{x}^k) \\
 \mathbf{C}(\mathbf{x}^k)^T\boldsymbol{\eta} + \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)^T\boldsymbol{\lambda} + [\mathbf{0}]\Delta\mathbf{x} &= \mathbf{0} \\
 [\mathbf{0}]\boldsymbol{\eta} + \mathbf{W}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)\Delta\mathbf{x} &= \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

D'où la forme matricielle du système à résoudre dans chaque itération est :

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{W}]_{m \times m} & [\mathbf{H}(\mathbf{x})]_{m \times n} & [\mathbf{0}]_{m \times q} \\ [\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)^T]_{n \times m} & [\mathbf{0}]_{n \times n} & [\mathbf{C}(\mathbf{x}^k)^T]_{n \times q} \\ [\mathbf{0}]_{q \times m} & [\mathbf{C}(\mathbf{x}^k)]_{q \times n} & [\mathbf{0}]_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta\mathbf{x} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{c}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

$m$ ,  $n$  et  $q$  sont respectivement : le nombre de mesures, le nombre de variables d'état et le nombre de contraintes d'égalité.

### 3.1.2 Ajout des contraintes d'inégalité

Les contraintes d'inégalité ne sont pas intégrées dès le début dans le processus d'optimisation de l'estimateur d'état. En général, elles sont traitées à la fin par des méthodes heuristiques, en fixant la contrainte à sa limite à chaque fois que cette dernière est violée [14]. À

titre d'exemple, les contraintes d'inégalité traduisent les limites de production des générateurs et les prises de transformateurs ou de régulateurs de tension.

Dans cette partie, les contraintes d'inégalité sont introduites dans le modèle d'optimisation dès le départ. Ces contraintes sont modélisées par :  $f(x) \leq 0$

Les contraintes d'inégalité sont converties en contraintes d'égalité, après avoir ajouté les variables d'écart comme suit :

$$f(x) + s = 0 \quad (3.17)$$

Où :

$$s = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_p]^T$$

$p$  est le nombre total de contraintes d'inégalité

Ces contraintes exprimées par l'équation (3.17), sont ajoutées au modèle d'optimisation exprimé par (3.8), pour obtenir un modèle assez rigoureux et assez complet:

$$\begin{aligned} \text{Minimiser :} \quad & \frac{1}{2} (r^T W^{-1} r) \\ \text{Sous contraintes :} \quad & r - z - h(x) = 0 \\ & c(x) = 0 \\ & f(x) + s = 0 \\ & s \geq 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Les méthodes de points intérieurs peuvent résoudre adéquatement un problème d'optimisation avec des contraintes d'inégalité. À partir d'une solution réalisable, ces méthodes génèrent une suite de points (solutions) à l'intérieur du domaine des solutions réalisables. Ces points représentent le chemin qui mène la progression à une solution optimale [14].

Les méthodes de points intérieurs sont introduites dans la littérature de la programmation mathématique depuis les années cinquante [14]. Par contre, ces méthodes ont connu leur ère moderne à partir de 1984, l'année où Karmarkar a proposé son algorithme pour la programmation linéaire [18]. Sous certaines hypothèses, la méthode de Karmarkar est équivalente à une méthode de points intérieurs, connue sous le nom barrière logarithmique ou méthode dual du chemin central. Cette méthode est décrite ci-dessous.

### 3.1.2.1 Méthode dual de chemin central (barrière logarithmique)

Dans cette méthode de points intérieurs, les contraintes d'inégalité traduites en équations moyennant les variables d'écart, sont traitées par l'ajout d'une fonction barrière logarithmique à la fonction objectif du problème (3.18).

$$\text{Minimiser : } \quad \frac{1}{2}(\mathbf{r}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r}) - \rho \sum_{i=1}^p \ln(s_i) \quad (3.19)$$

$\rho$  est appelé paramètre de la méthode du point intérieur. Il est positif et il décroît avec les itérations. Quand  $\rho$  tend vers zéro, la solution du problème (3.18) atteint sa solution optimale [14].

La fonction de Lagrange pour le problème (3.18) après avoir ajouté la fonction barrière logarithmique est comme suit[14]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r}) - \rho \sum_{k=1}^p \ln(s_k) - \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{c}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{r} - \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})) - \boldsymbol{\gamma}^T (\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{s}) \quad (3.20)$$

Les conditions d'optimalité du premier ordre de KKT donnent le système d'équations suivant [14]:

$$\begin{aligned} \nabla_{\boldsymbol{\eta}} \mathcal{L} &= -\mathbf{c}(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L} &= -\mathbf{C}^T \boldsymbol{\eta} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{F}^T \boldsymbol{\gamma} = 0 \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} \mathcal{L} &= -\mathbf{r} + \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla_{\boldsymbol{\gamma}} \mathcal{L} &= -\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{s} = 0 \\ \nabla_{\mathbf{r}} \mathcal{L} &= \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r} - \boldsymbol{\lambda} = 0 \\ \nabla_{\mathbf{s}} \mathcal{L} &= \rho \mathbf{S}^{-1} \mathbf{e} - \boldsymbol{\gamma} = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$\mathbf{S}$  et  $\mathbf{e}$  sont définis comme suit :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & s_p \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{e} = [1, \dots, 1]^T \quad (3.23)$$

$\boldsymbol{\eta}$ ,  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}$  sont les multiplicateurs de Lagrange



Pour résoudre le système d'équation (3.21), les approximations linéaires données par l'équation (3.14) sont nécessaires [14] et on arrive:

$$\begin{aligned}
 -\mathbf{C}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\eta} - \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{F}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\gamma} &= 0 \\
 -\mathbf{r} + \mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) &= 0 \\
 -\mathbf{F}^T(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) - \mathbf{S}^k \mathbf{e} - \mathbf{I}(p, p) \Delta \mathbf{s} &= 0 \\
 \mathbf{r} &= \mathbf{W} \boldsymbol{\lambda} \\
 \boldsymbol{\gamma} &= \boldsymbol{\rho} (\mathbf{S}^k)^{-1} \mathbf{e} - \boldsymbol{\rho} (\mathbf{S}^k)^{-2} \Delta \mathbf{s}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

$\mathbf{I}(p, p)$  : est la matrice identité de dimensions  $p \times p$

Le quatrième bloc d'équation du système (3.24) va servir à éliminer  $\mathbf{r}$  dans le deuxième bloc d'équation.

À partir du dernier bloc d'équation du système (3.24) :  $\Delta \mathbf{s} = -(\mathbf{S}^k)^2 \left( \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\gamma} \right) - \mathbf{S}^k \mathbf{e}$

$\Delta \mathbf{s}$  est remplacé dans le troisième bloc d'équation du système (3.24). Finalement, le système ci-dessous est obtenu :

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{0}] \boldsymbol{\eta} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\lambda} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} &= -\mathbf{c}(\mathbf{x}^k) \\
 [\mathbf{0}] \boldsymbol{\eta} + \mathbf{W} \boldsymbol{\lambda} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{H}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} &= \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) \\
 [\mathbf{0}] \boldsymbol{\eta} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\lambda} + (\mathbf{S}^k)^2 \frac{\boldsymbol{\gamma}}{\rho} + \mathbf{F}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) \\
 \mathbf{C}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\eta} + \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{F}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\gamma} + [\mathbf{0}] \Delta \mathbf{x} &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Un réarrangement de termes et d'équations va permettre de revenir à la même forme matricielle d'Hachtel, où il y avait que des contraintes d'égalité.

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{1}{\rho} (\mathbf{S}^k)^2 \right) \boldsymbol{\gamma} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{F}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) \\
 [\mathbf{0}] \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{W} \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{H}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) \\
 \mathbf{F}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\lambda} + [\mathbf{0}] \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{0} \\
 [\mathbf{0}] \boldsymbol{\gamma} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} + [\mathbf{0}] \boldsymbol{\eta} &= -\mathbf{c}(\mathbf{x}^k)
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

D'où la forme matricielle est exprimée comme suit :

$$\begin{bmatrix} [D] & [0] & [F] & [0] \\ [0] & [W] & [H] & [0] \\ [F^T] & [H^T] & [0] & [C^T] \\ [0] & [0] & [C] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \lambda \\ \Delta x \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x) \\ z - h(x) \\ 0 \\ -c(x) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

La matrice  $D = \frac{1}{\rho} (S^k)^2$

Il suffit de poser:

$$\widetilde{W} = \begin{bmatrix} [D] & [0] \\ [0] & [W] \end{bmatrix}, \quad \widetilde{H} = \begin{bmatrix} [F] \\ [H] \end{bmatrix}, \quad \tilde{\lambda} = \begin{bmatrix} \gamma \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad (z - h(x))' = \begin{bmatrix} f(x^k) \\ z - h(x^k) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

et de remplacer dans (3.28) pour obtenir la forme d'Hachtel :

$$\begin{bmatrix} [\widetilde{W}]_{m' \times m'} & [\widetilde{H}]_{m' \times n} & [0]_{m' \times q} \\ [\widetilde{H}^T]_{n \times m'} & [0]_{n \times n} & [C^T]_{n \times q} \\ [0]_{q \times m'} & [C]_{q \times n} & [0]_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda} \\ \Delta x \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z - h(x^k))' \\ 0 \\ -c(x^k) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$m'$  est la somme de contraintes d'égalité et d'inégalité.  $m' = m + p$

## 3.2 Algorithme de résolution

Dans cette partie, une démarche de calcul est décrite et un algorithme de résolution détaillé est présenté.

### 3.2.1 Initialisation

La méthode de résolution Gauss Newton est une méthode itérative, donc il faut une solution de départ et généralement les performances de convergence dépendent de cette dernière.

L'Allocation de charge est un outil permet d'allouer la charge sur un réseau pour rencontrer la demande mesurée. La procédure assigne à la phase de chaque charge une proportion de la demande mesurée, en se basant sur des informations relatives à la capacité des transformateurs(kVA) qui alimente ces charges ou l'historique de charge ou la consommation réelle du client ou le nombre de clients[20]. Les mesures de tension, la redondance et la précision des appareils de mesures ne sont pas prises en compte. Cette solution respecte toutes les contraintes, donc elle est réalisable. Cependant elle est choisie comme état initial.

Pour le cas où des contraintes d'inégalité sont considérées, le paramètre  $\rho$  de la barrière logarithmique devrait être initialisé.

Dans [14], les auteurs l'ont initialisé à 1 et la méthode duale de chemin central ne semble pas qu'elle est sensible à ce choix.

### 3.2.2 Résolution du système linéaire Gauss-Newton

Le système linéaire de Gauss-Newton pour le cas avec inégalités ou avec seulement des contraintes d'égalité, est caractérisé par une matrice creuse, symétrique et semi-définie positive [14]. Cependant, la résolution d'un tel système avec une taille importante ne sera pas coûteuse en termes d'opérations arithmétiques. Le solveur 'The Intel MKL Parallel direct solver (PARDISO)' a été choisi pour évaluer la direction de Newton. Ce solveur a prouvé sa supériorité pour résoudre des grands systèmes pour le calcul des courts-circuits multiphasés en utilisant MANA dans [19].

### 3.2.3 Ajustement du paramètre $\rho$ et la longueur du pas $\delta$

Le paramètre de la méthode de point intérieur  $\rho$  est forcé de décroître vers zéro d'une itération à une autre. L'ajustement de ce paramètre est calculé sur la base de la différence entre la fonction objective du problème primal et dual. Le problème dual du primal exprimé en (3.19) est comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Maximiser : } & \frac{1}{2}(\mathbf{r}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r}) - \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{c}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{r} - \mathbf{z} + \mathbf{h}(\mathbf{x})) \\ \text{Sous contraintes : } & -\mathbf{F}^T \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{C}^T \boldsymbol{\mu} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda} = 0 \\ & \mathbf{W}^{-1} \mathbf{r} - \boldsymbol{\lambda} = 0 \\ & \boldsymbol{\gamma} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

La différence entre la fonction objective du problème primal et dual est :

$$\delta = \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{c}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{r} - \mathbf{z} + \mathbf{h}(\mathbf{x})) \quad (3.31)$$

$\delta$  : est positif dans le domaine des solutions réalisables et s'annule à la solution optimale. Le paramètre  $\rho$  dépend de  $\delta$ . La formule qui régit ces derniers peut être exprimée par la formule suivante [14]:

$$\rho = \delta / (n + p)^2 \quad (3.32)$$

### 3.2.4 Algorithme de résolution

La description de l'algorithme de résolution pour l'estimateur d'état, est donnée ci-dessous:

- 1) Exécuter l'allocation de charge pour obtenir une solution de départ(  $x = x_0$  ), les tensions et les charges qui vont être utilisées comme des pseudo-mesures.
- 2) Résoudre le système d'équation (3.16)
- 3) Vérifier la convergence (  $\| \Delta x \| < Erreur$  ). Si la convergence est atteinte alors  $x$  est la solution optimale. Sinon aller à l'étape suivante
- 4) Mettre à jour les variables d'état (courants et positions des prises).
- 5) Exécuter une passe avant ( Forward Sweep) pour mettre à jour les tensions
- 6) Aller à l'étape2.

La Figure 3-1 illustre comment l'estimateur d'état sera intégré dans le software CYMDIST.

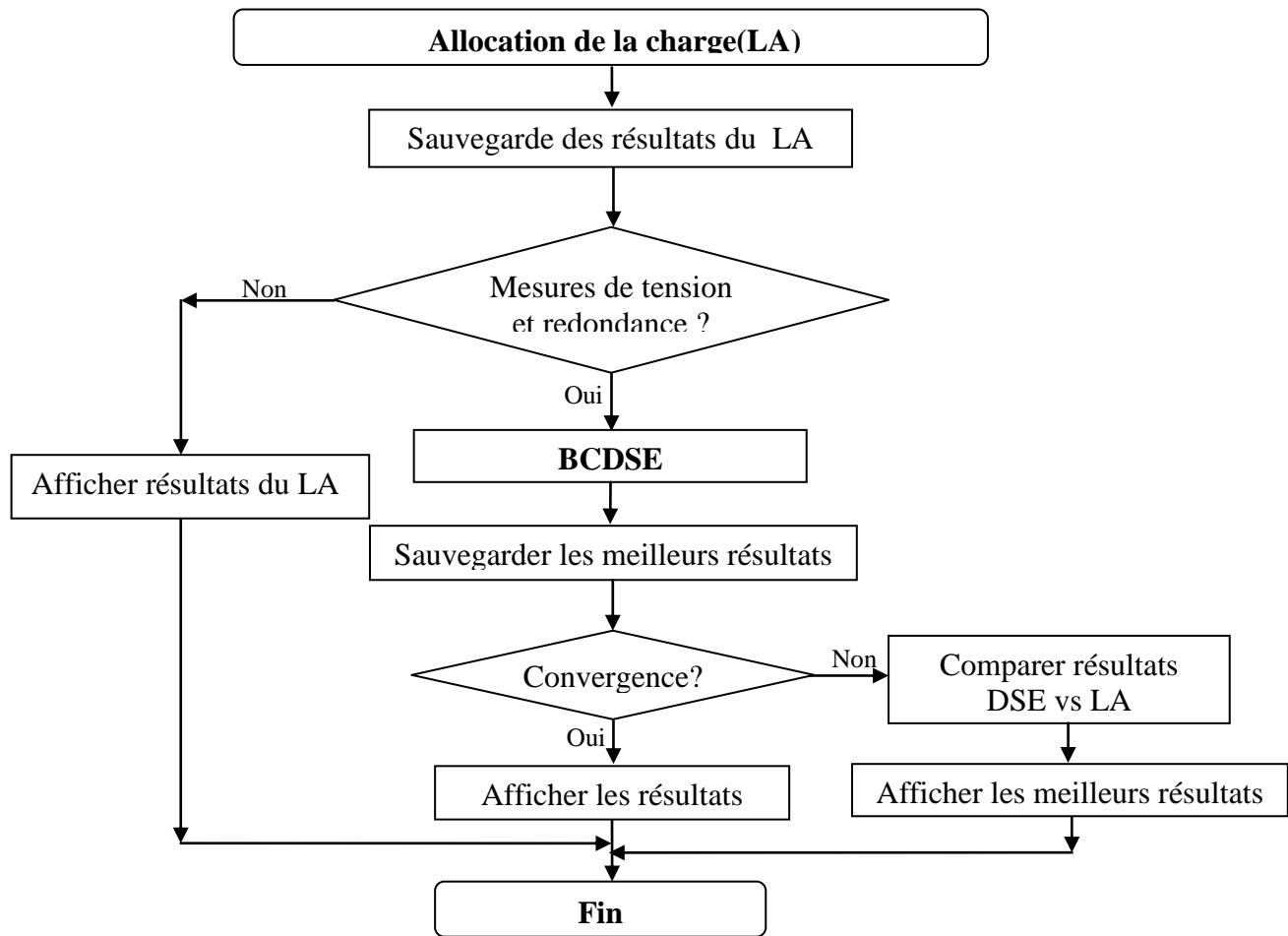


Figure 3-1: Structure générale de l'algorithme.

La Figure 3-2 illustre l'algorithme de l'estimateur d'état en détail :

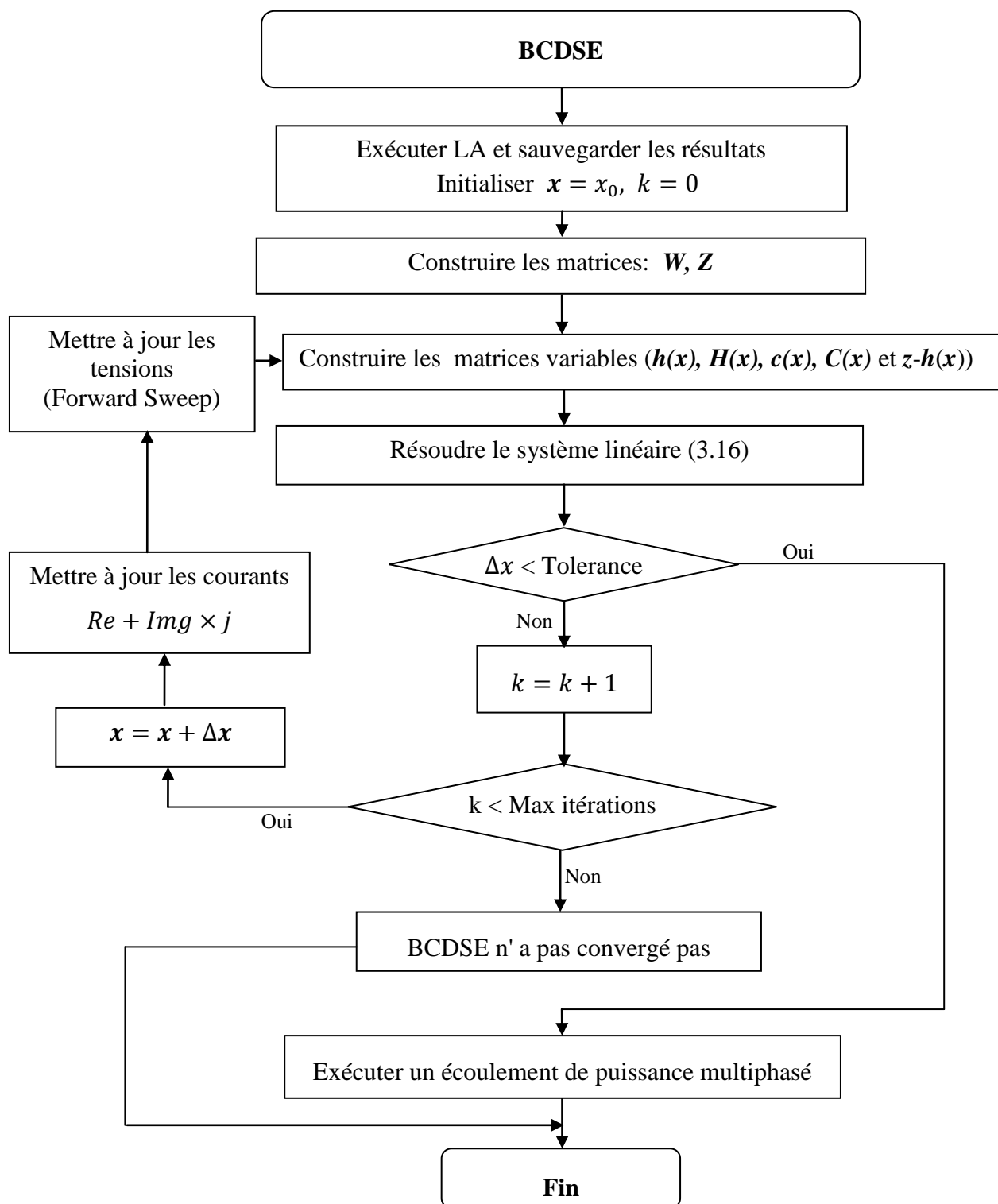


Figure 3-2: L'organigramme de l'estimateur d'état

## CHAPITRE 4 LES PSEUDO-MESURES ET LES MESURES DE FLUX

Pour le calcul des matrices Jacobiennes ( $H$ ,  $C$  et  $F$ ), il est nécessaire d'exprimer chaque mesure et pseudo mesure en fonction des variables d'états (courants de branches et positions de prises). Chaque mesure est estimée par sa fonction qu'on lui a associée. Les mesures de flux de puissance et les pseudo-mesures sont converties à un équivalent de mesure en courant. Ceci permet d'éviter de calculer ces grandeurs à chaque itération et aussi de simplifier beaucoup la matrice Jacobienne associée aux mesures de flux de puissance (matrices identités).

En général, les réseaux de distribution sont pauvres en nombre de mesures installées. Pour cette raison, l'observabilité du réseau est loin d'être un acquis. Pour remédier à cette situation, les charges sont considérées comme des pseudo-mesures avec une grande imprécision. Néanmoins le facteur de puissance est connu en général avec plus de précision donc il est possible d'introduire le facteur  $Q/P$  comme une mesure plus fiable. Finalement deux types de mesures qui peuvent exister. Des pseudo-mesures introduites pour assurer l'observabilité, et des mesures réelles installées dans le réseau. Ces dernières peuvent être des mesures de flux de puissance ( $P$  et  $Q$ ), des mesures de courant en amplitude. Les mesures de tension sont traités à part dans le prochain chapitre.

Les transformateurs et les régulateurs de tensions sont des équipements spéciaux dans le réseau, conçus pour élever ou baisser la tension. Ces équipements augmentent le nombre de variables d'état du fait qu'on considère les courants primaires et secondaires comme variables d'état reliés par une équation mathématique qui se traduit par une contrainte dans le l'estimateur d'état. De plus, un transformateur LTC introduit une autre variable d'état qui est la position de la prise. Quant aux régulateurs, parfois la régulation de tension se fait par phase. Dans un tel cas un régulateur de tensions peut introduire jusqu'à trois variables d'état pour un système triphasé.

Les mesures sont entachées d'erreur et qui sont exprimées généralement en pourcentage. Ces erreurs devraient être traduites en variances. Les mesures sont supposées distribuées selon une loi gaussienne. Donc pour couvrir 99% de la population, l'erreur de mesurage doit être égale à  $3\sigma$  (une propriété de la loi de gauss). A partir de cette supposition, on déduit que la variance est exprimée comme suit:

$$\sigma^2 = \left( (Erreur/100) \times 3 \times mesure \right)^2 \quad (4.1)$$

## 4.1 Pseudo-mesures

Les pseudos mesures sont obtenus à partir des procédures de prévisions de charge [6] ou par l'appel à une procédure de l'allocation de charge [21]. Dans le présent travail, la procédure d'allocation de charge est retenue pour la solution de base et par conséquent, la charge issue de la procédure est considérée comme pseudos mesures.

### 4.1.1 Vecteur mesures $\mathbf{z}$ :

Pour chaque phase, une pseudo-mesure génère 3 mesures : la puissance réelle( $P$ ), la puissance réactive( $Q$ ) et le ratio :  $R_{Q/P} = Q/P$

Le ratio  $R_{Q/P}$  est une contribution qui permet d'améliorer les résultats de l'estimateur d'état.

Les mesures  $P$  et  $Q$  sont converties en un équivalent de mesure de courants :

$$I_{R-MES} = \left[ \frac{P \cdot \text{Re}(V) + Q \cdot \text{Im}(V)}{\text{abs}(V)^2} \right] \quad (4.2)$$

$$I_{X-MEAS} = \left[ \frac{P \cdot \text{Im}(V) - Q \cdot \text{Re}(V)}{\text{abs}(V)^2} \right] \quad (4.3)$$

Finalement, le vecteur de mesure  $\mathbf{z}$  associé à une phase d'une pseudo-mesure est :

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} I_{R-MEAS} \\ I_{X-MEAS} \\ R_{Q/P} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

### 4.1.2 Vecteur estimation des mesures $\mathbf{h}(x)$ :

Les mesures  $P$  et  $Q$  sont transformées en courant. Pour exprimer cette mesure de courant en fonction des variables d'état, la loi des nœuds est appliquée pour chaque phase. Le courant de la charge est égal à la somme des courants entrant moins les courants sortants :

$$\begin{bmatrix} I_{R-LOAD} \\ I_{X-LOAD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( \sum_{k=1}^m I_{k_R} - \sum_{n=1}^o I_{n_R} \right) \\ \left( \sum_{k=1}^m I_{k_X} - \sum_{n=1}^o I_{n_X} \right) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Où

$k$  est l'indice des branches entrants (totale =  $m$ ) ,  $n$  est l'indice des branches sortantes (total =  $o$ )

Quant au ratio  $R$  il est exprimé en fonction du courant de la charge et la tension :

$$R_{Q/P} = \frac{Q}{P} = \frac{Img(V)I_{R-LOAD} - Re(V)I_{X-LOAD}}{Re(V)I_{R-LOAD} + Img(V)I_{X-LOAD}} \quad (4.6)$$

Finalement, le vecteur  $h(x)$  pour chaque phase est comme suit :

$$h(x) = \begin{bmatrix} I_{R-LOAD} \\ I_{X-LOAD} \\ \left( \frac{Img(V)I_{R-LOAD} - Re(V)I_{X-LOAD}}{Re(V)I_{R-LOAD} + Img(V)I_{X-LOAD}} \right) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

### 4.1.3 Matrice des covariances

Pour convertir les erreurs exprimées en pourcentage aux variances, on se base sur l'idée de couvrir le maximum des cas possibles. Alors on suppose que l'erreur commise sur une mesure donnée soit égale à une longueur  $3\sigma$ , ce qui équivaut à dire que 99.9% des mesures est pris en compte. Ci-dessous, les équations (4.8), (4.9) et (4.10) permettent de convertir l'erreur associée à chaque mesure à une variance.

$$\sigma_P^2 = \left( \frac{ErrP(\%)}{100} \cdot \frac{|P|}{3} \right)^2 \quad (4.8)$$

$$\sigma_Q^2 = \left( \frac{ErrQ(\%)}{100} \cdot \frac{|Q|}{3} \right)^2 \quad (4.9)$$

$$\sigma_R^2 = \left( \frac{ErrR(\%)}{100} \cdot \frac{|R|}{3} \right)^2 \quad (4.10)$$



Pour exprimer la variance relative au courant, il faut utiliser la propriété de la variance associée à une combinaison linéaire (4.2) et (4.3). La tension est supposée constante (ne varie pas beaucoup d'une itération à une autre).

$$\sigma_{I_R}^2 = \alpha^2 \cdot \sigma_P^2 + \beta^2 \cdot \sigma_Q^2 \quad (4.11)$$

$$\sigma_{I_X}^2 = \beta^2 \cdot \sigma_P^2 + \alpha^2 \cdot \sigma_Q^2 \quad (4.12)$$

Où :

$$\alpha = \frac{Re(V)}{abs(V)^2} \quad (4.13)$$

$$\beta = \frac{Img(V)}{abs(V)^2} \quad (4.14)$$

Finalement la matrice  $\mathbf{W}$  associé à chaque phase :

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \sigma_{I_R}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{I_X}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_R^2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

#### 4.1.4 Matrice Jacobienne $H(x)$ :

La matrice Jacobienne associée à une phase n'est que la dérivée du vecteur  $\mathbf{h}(x)$  par rapport aux variables d'état. En effet pour chaque courant entrant une matrice Jacobienne est calculée comme suit :

$$\mathbf{H}^{in}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & b \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Où :

$$a = \frac{Img(V)^2(I_{X-LOAD}) + Re(V)^2(I_{X-LOAD})}{(Re(V)(I_{R-LOAD}) + Img(V)(I_{X-LOAD}))^2} \quad (4.17)$$

$$b = \frac{-Re(V)^2(I_{R-LOAD}) - Img(V)^2(I_{R-LOAD})}{(Re(V)(I_{R-LOAD}) + Img(V)(I_{X-LOAD}))^2} \quad (4.18)$$

Pour un courant sortant la matrice Jacobienne :

$$\mathbf{H}^{\text{out}}(\mathbf{x}) = -\mathbf{H}^{\text{in}}(\mathbf{x}) \quad (4.19)$$

## 4.2 Mesure de flux de puissance

Les mesures de flux de puissance sont des mesures réelles fournies par des équipements physiques installés sur le réseau. Elles se présentent sous quatre types: des appareils qui mesurent la puissance active et la puissance apparente ( $kW$ - $kVA$ ), d'autres qui mesurent le facteur de puissance et la puissance apparente ( $kVA$ - $PF$ ) ou la puissance active ( $kW$ - $FP$ ). Le reste des appareils de flux de puissance, mesurent le courant en amplitude avec le facteur de puissance ( $A$ - $FP$ ).

A part les mesures de tensions et de courants, toutes les autres mesures doivent être transformées en mesure de courant. Les mesures de flux avec un facteur de puissance ( $kVA$ - $FP$  et  $A$ - $FP$ ) sont converties initialement en  $kW$ - $kVAr$  et par la suite à des mesures de courant moyennant les équations (4.2) et 4.3) pour les pseudo-mesures.

Pour la mesure de flux de puissance de type  $kVA$ - $FP$ , les formules suivants permettent la transformation de cette mesure à une mesure  $kW$ - $KVAr$  :

$$P = S_{meas} \times PF \quad (4.20)$$

$$Q = S_{meas} \times \sin(\arccos(PF)) \quad (4.21)$$

Quant aux mesures de flux de puissance  $kW$ - $FP$ , la puissance active est donnée directement, donc pour la convertir en  $kW$ - $kVAr$ , il suffit juste de calculer la puissance réactive en utilisant la formule suivante :

$$Q = P_{meas} \times \tan(\arccos(PF)) \quad (4.22)$$

Si pour une telle raison, le facteur de puissance n'est pas fourni, alors il est possible de prendre le facteur puissance moyen de la charge totale du réseau.

Pour convertir la mesure de flux  $Amp$ - $FP$  en  $kW$ - $kVAr$ , les formules ci-dessous sont utilisées :

$$P = abs(V) \times I_{meas} \times PF \quad (4.23)$$

$$Q = abs(V) \times I_{meas} \times \sin(acos(PF)) \quad (4.24)$$

Quant le facteur de puissance n'est pas fournie alors cette mesure est considérée comme une mesure de courant. Le traitement de ce type de mesure est donné en détail dans la section 4.3 du présent chapitre.

#### 4.2.1 Vecteur de mesures (z)

Une fois les mesures de flux de puissance sont exprimées en kW-kVAr, il suffit d'appliquer les formules 4.2 et 4.3 pour trouver l'équivalent en courant mesuré (partie réelle et imaginaire) et par conséquent déduire le vecteur de mesure z.

#### 4.2.2 Matrice de covariances

Il suffit de trouver la variance de chacune des mesures  $P$  et  $Q$ , et d'appliquer par la suite les équations(4.11) et (4.12) pour les pseudo-mesures pour calculer la variance associée à la partie réelle est celle associé à la partie imaginaire.

##### 4.2.2.1 Mesure de flux de puissance $kVAr-FP$

Les formules ci-dessous permettent de calculer la variance de la partie réelle et la partie imaginaire de la mesure de courant équivalent :

$$\sigma_P^2 = [(S_{meas}^2 \sigma_{PF}^2) + (\sigma_S^2 (PF_{meas})^2) + (\sigma_{PF}^2 \sigma_S^2)] \quad (4.25)$$

$$\sigma_Q^2 = abs(V)^2 \left[ \left( I_{meas}^2 \frac{PF_{meas}^2}{1 - PF_{meas}^2} \sigma_{PF}^2 \right) + (\sigma_I^2 (\sin(acos(PF_{meas})))^2) + (\sigma_{PF}^2 \sigma_I^2) \right] \quad (4.26)$$

##### 4.2.2.2 Mesure de flux de puissance $kW-FP$

L'erreur est donnée sur la mesure de la puissance active donc il suffit de la convertir à une variance en utilisant la formule 4.8.

Quant à la variance associée à la puissance réactive, elle est obtenue par la formule suivante :

$$\sigma_Q^2 = \left[ \left( \frac{P_{meas}^2 \sigma_{PF}^2}{PF_{meas}^2 (1 - PF_{meas}^2)} \right) + (\sigma_P^2 (\tan(\arccos(PF_{meas})))^2) \right. \\ \left. + \left( \frac{\sigma_{PF}^2 \sigma_P^2}{PF_{meas}^2 (1 - PF_{meas}^2)} \right) \right] \quad (4.27)$$

#### 4.2.2.3 Mesure de flux de puissance *Amp-FP*

En utilisant les propriétés de la variance d'une variable aléatoire exprimée par une combinaison linéaire de variables aléatoires, on obtient :

$$\sigma_P^2 = \text{abs}(V)^2 [(I_{meas}^2 \sigma_{PF}^2) + (\sigma_I^2 (PF)^2) + (\sigma_{PF}^2 \sigma_I^2)] \quad (4.28)$$

$$\sigma_Q^2 = \text{abs}(V)^2 \left[ \left( I_{meas}^2 \frac{PF_{meas}^2}{1 - PF_{meas}^2} \sigma_{PF}^2 \right) + (\sigma_I^2 (\sin(\arccos(PF_{meas})))^2) + (\sigma_{PF}^2 \sigma_I^2) \right] \quad (4.29)$$

#### 4.2.2.4 Vecteur estimation des mesures $\mathbf{h}(\mathbf{x})$

Pour chaque phase, une mesure de flux de puissance donne le vecteur d'estimation ci-après:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \text{Re}(I_j) \\ \text{Im}(I_j) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

### 4.2.3 Matrice Jacobienne $\mathbf{H}(\mathbf{x})$

La dérivée de  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  par rapport aux variables d'état donne une Jacobienne identité de dimension 2x2 pour chaque phase.

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

## 4.3 Mesure de courant en amplitude

Dans ce cas, l'amplitude de courant est l'unique mesure fournie. Ce cas est traité en détail ci-dessous :

### 4.3.1 Vecteur de mesure

Chaque phase donne une seule mesure qui est l'amplitude de courant. Le vecteur de mesure  $z$  est exprimé pour chaque phase comme suit :

$$z = [I_{\text{meas}}] \quad (4.32)$$

### 4.3.2 Matrice des covariances

La variance est calculée directement à partir de l'erreur de mesurage.

$$\sigma_{I_{MAG}}^2 = \left( \frac{Err_{V1}(\%)}{100} \cdot \frac{|I_{MEAS}|}{3} \right)^2 \quad (4.33)$$

La matrice  $W$  deviendra

$$W = [\sigma_{I_{MAG}}^2] \quad (4.34)$$

### 4.3.3 Fonction $h(x)$

Pour chaque phase, l'amplitude du courant est estimée par la fonction suivante :

$$h(x) = \left[ \sqrt{I_R^2 + I_X^2} \right] \quad (4.35)$$

### 4.3.4 Matrice Jacobienne $H(x)$

Pour calculer la matrice Jacobienne associée à  $h(x)$ , il est préférable d'utiliser la fonction équivalente :

$$h(x) = I_{MAG} = I_{R\varphi} \cdot \cos(\theta_\varphi) + I_{X\varphi} \cdot \sin(\theta_\varphi) \quad (4.36)$$

$\theta_\varphi$  est l'angle du courant phase  $\varphi$ .

Il est supposé que l'angle  $\theta$  ne change pas beaucoup d'une itération à une autre. Donc, la matrice Jacobienne est facile à déduire en fixant  $\theta_\varphi$

$$H(x) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_\varphi) & \sin(\theta_\varphi) \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

## CHAPITRE 5      INTRODUCTION DES MESURES DE TENSIONS DANS LE BCDSE

Les mesures de tension donnent uniquement l'amplitude de tension. Donc pour chaque phase, on aura une mesure. L'introduction des mesures de tension dans l'estimateur d'état est une tâche complexe pour le calcul de la matrice Jacobienne, surtout dans le cas où des transformateurs équipés de régulateurs en charge ou des régulateurs de tension sont localisés sur le chemin qui joint la mesure à la source. Le calcul de la matrice Jacobienne devient d'avantage ardu si la mesure est localisée sur une continuité monophasée ou biphasée d'un réseau triphasé. Il est à noter aussi que la mesure de tension donne des matrices Jacobienne pleines ce qui influe le temps d'inversion de la matrice associée au système d'équations linéaire d'Hachtel.

Le calcul de la matrice Jacobienne pour la mesure de tension est traité en détail et selon les quatre cas suivant :

- Cas simple, la mesure de tension est installée sur un réseau triphasé et il y a un chemin qui mène de la mesure à la source sans passer par un transformateur ou un régulateur de tension
- Cas où il n y a pas de chemin qui mène de la mesure à la source sans passer par des transformateur et/ou régulateur de tension.
- Cas où la mesure de tension est installée sur une continuité biphasée d'un réseau triphasée
- Cas où la mesure de tension est installée sur une continuité monophasée d'un réseau triphasée

Chaque phase contribue par une seule valeur pour la construction du vecteur de mesures tension.

$$\mathbf{z} = [V_{MEAS}] \quad (5.1)$$

La variance associée pour chaque phase mesurée est comme suit :

$$\sigma_{V_{MAG}}^2 = \left( \frac{Err_{V1}(\%)}{100} \cdot \frac{|V_{MEAS}|}{3} \right)^2 \quad (5.2)$$

Finalement la matrice de covariance associée à chaque phase équipée de mesure de tension:

$$\mathbf{W} = [\sigma_{V_{MAG}}^2] \quad (5.3)$$

À chaque itération, les tensions sont calculées moyennant un Forward Sweep. Alors pour l'estimé de la mesure de tension en amplitude, la formule ci-dessous est utilisée :

$$h(\mathbf{x}) = \left[ \sqrt{V_R^2 + V_X^2} \right] \quad (5.4)$$

## 5.1 Calcul de $H(\mathbf{x})$

Le calcul de la matrice Jacobienne nécessite d'exprimer l'estimé de l'amplitude de la tension à l'endroit de la mesure, en fonction des variables aléatoires (courant et prises). La tension à un endroit donné est égale à la tension de source moins la somme des chutes de tension (Loi d'Ohm). Il est à noté que les lignes dans les réseaux de distribution sont relativement courtes et par conséquent, il est possible de les négliger afin de simplifier beaucoup les calculs.

### 5.1.1 Cas simple (aucun Transformateurs ou régulateurs)

La tension à un endroit dans le réseau peut être exprimée comme suit :

$$V = V_s - \sum_{k=1}^m (Z_k \cdot I_k) \quad (5.5)$$

Où :  $V_s$  est la tension de source

$Z_k$  est l'impédance de la ligne  $k$ :

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} R_k(1,1) + X_k(1,1)j & R_k(1,2) + X_k(1,2)j & R_k(1,3) + X_k(1,3)j \\ R_k(2,1) + X_k(2,1)j & R_k(2,2) + X_k(2,2)j & R_k(2,3) + X_k(2,3)j \\ R_k(3,1) + X_k(3,1)j & R_k(3,2) + X_k(3,2)j & R_k(3,3) + X_k(3,3)j \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Donc pour une phase  $\varphi_i$  l'estimé de la tension en amplitude est:

$$V_{\varphi_i} = \left[ \left| V_{s-\varphi_i} - \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^3 (Z_k(i,j) \cdot I_{k\varphi_j}) \right| \right] \quad (5.7)$$

On suppose que  $\theta_{\varphi_i}$  est l'angle de la tension à l'endroit mesuré et pour la phase  $\varphi_i$  alors l'estimé de l'amplitude de la tension est :

$$h(\mathbf{x}) = \left[ \begin{aligned} & Re \left( V_{s-\varphi_i} - \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^3 (Z_k(i,j) \cdot I_{k\varphi_j}) \right) \cos(\theta_{v\varphi_i}) \\ & + \text{Im}g \left( V_{s-\varphi_i} - \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^3 (Z_k(i,j) \cdot I_{k\varphi_j}) \right) \sin(\theta_{v\varphi_i}) \end{aligned} \right] \quad (5.8)$$

L'angle de la tension ne varie pas trop, donc il est considéré constat dans le processus de dérivation pour l'obtention de la matrice Jacobienne. Le développement des calculs donne une matrice Jacobienne pleine, exprimée comme suit :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -R_k(i,1) \cos(\theta_{v\varphi_i}) - X_k(i,1) \sin(\theta_{v\varphi_i}) \\ -R_k(i,1) \sin(\theta_{v\varphi_i}) + X_k(i,1) \cos(\theta_{v\varphi_i}) \\ -R_k(i,2) \cos(\theta_{v\varphi_i}) - X_k(i,2) \sin(\theta_{v\varphi_i}) \\ -R_k(i,2) \sin(\theta_{v\varphi_i}) + X_k(i,2) \cos(\theta_{v\varphi_i}) \\ -R_k(i,3) \cos(\theta_{v\varphi_i}) - X_k(i,3) \sin(\theta_{v\varphi_i}) \\ -R_k(i,3) \sin(\theta_{v\varphi_i}) + X_k(i,3) \cos(\theta_{v\varphi_i}) \end{bmatrix}^T \quad (5.9)$$



### 5.1.2 Cas avec transformateurs et/ou régulateurs de tension.

Dans ce cas, des transformateurs équipés par des régleurs en charge et/ou des régulateurs sont introduits. Donc de nouvelles variables d'états (prises) qui sont introduites dans l'estimateur d'état.

Dans une première étape les prises sont considérées continues et par la suite, le résultat sera raffiné pour avoir des prises avec des valeurs entières.

Avant de procéder au développement des calculs pour identifier la matrice Jacobienne, il est nécessaire de définir le ratio de transformation ainsi que la matrice de passage tension et courant

Le Tableau 5-1 définit le ratio de transformation pour chacune des configurations de transformateurs.

Tableau 5-1: Différentes configurations de transformateur avec leurs ratio ( $N$  et  $N_0$ )

Config.	Rapport ( $R_0 = \frac{1}{n_t}$ )	Ratio nominal ( $N_0 = \frac{1}{3n_t}$ )	Ratio: $N$	
			LTC au secondaire	LTC au primaire
Yy ou Dd	$R_0 = \frac{V_{LLsec}}{V_{LLpri}}$	$N_0 = \frac{R_0}{3}$	$N_0(1 + \Delta Tap \times Tap)$	$\frac{N_0}{(1 + \Delta Tap \times Tap)}$
Yd	$R_0 = \frac{V_{LLsec}}{V_{LPpri}}$	$N_0 = \frac{R_0}{3}$		
Dy	$R_0 = \frac{V_{LNsec}}{V_{LLpri}}$	$N_0 = \frac{R_0}{3}$		

$Tap$  est la position de la prise et  $\Delta Tap$  est la variation de la tension en pu qui correspond à une variation de la position de prise d'une unité.

Le Tableau 5-2 donne la matrice de passage de certaines configurations de transformateurs.

Tableau 5-2: Matrice de passage pour les tensions

Xfo config.	Matrice de passage ( $V_{nvm}$ )	Équations: $V_s = f(V_p)$
Ynyn0 (0°)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$V_s = N \cdot V_{nvm} \cdot V_p$
Ynyn6(180°)	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	
Ynd11(+30°)	$\begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$V_s = N \cdot V_{nvm} \cdot V_p - (Z_d \cdot I_{sec} - N \cdot Z_V \cdot V_p)$
Ynd1(-30°)	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	Similaire à Ynd11
Ynd9(+90°)	$\begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à Ynd11
Ynd3(+270°)	$\begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à Ynd11
Ynd5(+150°)	$\begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$	Similaire à Ynd11
Ynd2(+210°)	$\begin{bmatrix} +2 & 0 & +1 \\ +1 & 0 & +2 \\ +2 & +1 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à Ynd11

Le Tableau 5-3 définit les matrices de passage courant pour certaines configurations.

Tableau 5-3: Matrice de passage courant pour chaque configuration de transformateur

Transf. config.	Matrice de passage ( $I_{crm}$ )	Équation $I_p=f(I_s)$
Ynyn0 (0°)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$I_p = N I_{crm} I_s$
Ynyn6 (180°)	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$I_p = N I_{crm} I_s$
YnD11 (+30°)	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	$I_p = N I_{crm} I_s + (i_0)$
YnD1 (-30°)	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à YnD11
YnD9 (+90°)	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à YnD11
YnD3 (+270°)	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à YnD11
YnD5 (+150°)	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à YnD11
YnD2 (+210°)	$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	Similaire à YnD11

### 5.1.2.1 Calcul de la matrice $H(x)$

L'introduction des transformateurs et/ou les régulateurs de tension, crée la notion de zones. Pour bien expliquer le développement concernant le calcul de la matrice Jacobienne  $H$ , la Figure 5-1 ci-dessous illustre un cas général d'un réseau radial. Chacun de ces équipements est représentée par sa matrice de passage  $V_{NVM}$ . Les matrices de passages tension où de courant, sont toutes des constantes pour les transformateurs. En d'autres termes, ces dernières n'ont aucune dépendance de la position de la prise. Tandis que les matrices de passages (tension et courant)

associées aux régulateurs de tension sont exprimées en fonction de la position des prises. Le ratio  $N$  dépend de la position des prises si le transformateur est équipé d'un régulateur en charge. Par contre, il demeure constant et égale à l'unité pour les régulateurs de tension.

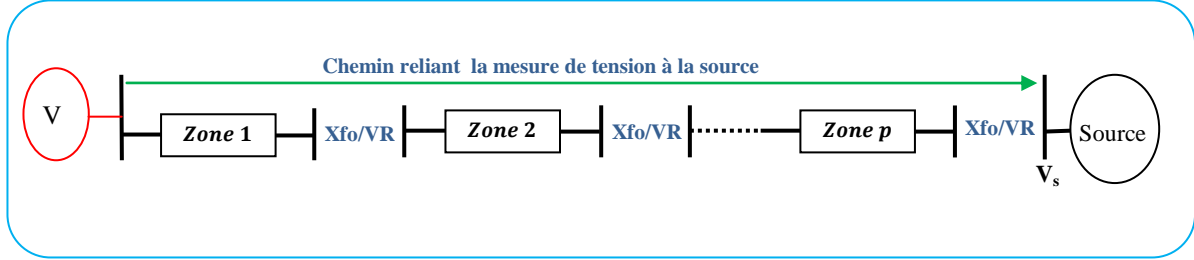


Figure 5-1: Un exemple de réseau où la notion de zone est introduite

On considère la configuration des transformations YgD qui représente le cas le plus général des transformateurs et régulateurs de tension.

La tension du coté secondaire est exprimée comme suit :

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = N \mathbf{V}_{nvm} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ \bar{V}_B \\ \bar{V}_C \end{bmatrix} + \frac{1}{(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})} \left( \frac{1}{3} \mathbf{Z} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} + N \cdot \mathbf{Z}_d \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ \bar{V}_B \\ \bar{V}_C \end{bmatrix} \right) \quad (5.10)$$

Où:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 2 \cdot \bar{Z}_{ab} \cdot \bar{Z}_{ca} & -\bar{Z}_{ab} \cdot \bar{Z}_{bc} & -\bar{Z}_{bc} \cdot \bar{Z}_{ca} \\ \bar{Z}_{ab} \cdot \bar{Z}_{ca} & 2 \cdot \bar{Z}_{ab} \cdot \bar{Z}_{bc} & -\bar{Z}_{bc} \cdot \bar{Z}_{ca} \\ \bar{Z}_{ab} \cdot \bar{Z}_{ca} & -\bar{Z}_{ab} \cdot \bar{Z}_{bc} & 2 \cdot \bar{Z}_{bc} \cdot \bar{Z}_{ca} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\mathbf{Z}_d = \begin{bmatrix} 2 \cdot Z_{bc} + Z_{ca} & 2 \cdot Z_{bc} + Z_{ca} & 2 \cdot Z_{bc} + Z_{ca} \\ 2 \cdot Z_{ca} + Z_{ab} & 2 \cdot Z_{ca} + Z_{ab} & 2 \cdot Z_{ca} + Z_{ab} \\ 2 \cdot Z_{ab} + Z_{bc} & 2 \cdot Z_{ab} + Z_{bc} & 2 \cdot Z_{ab} + Z_{bc} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Afin de simplifier les calculs, le deuxième terme de l'équation (5.10) est négligé. La formule simplifiée est donnée comme suit :

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = (N \cdot \mathbf{V}_{nvm} + N \cdot \mathbf{Z}_{dv}) \begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ \bar{V}_B \\ \bar{V}_C \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\text{Où : } \mathbf{Z}_{dv} = \frac{\mathbf{Z}_d}{(\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{ca})}$$

$(N \cdot \mathbf{V}_{nvm} + N \cdot \mathbf{Z}_{dv})$  est la matrice de passage dans sa forme générale.

Tous les régulateurs de tension et toutes les autres configurations de transformateurs (différente de YgD) sont des cas particulier avec :  $\mathbf{Z}_{dv} = \mathbf{0}$

On définit une matrice de passage  $\mathbf{R}^{Tot}$  qui est la somme de  $\mathbf{V}_{nvm}$  et  $\mathbf{Z}_{dv}$  :

$$\mathbf{R}^{Tot} = N(\mathbf{V}_{nvm} + \mathbf{Z}_{dv}) \quad (5.14)$$

Cette fois-ci, l'estimé de la mesure de tension en amplitude dépend des courants et de la position des prises. Pour le calcul de la matrice Jacobienne associée, il est nécessaire de fixer les prises et dériver par rapport aux courants, après, on fixe les courants et on dérive par rapport aux prises.

### 5.1.2.2 Calcul de $H(x)$ par rapport aux courants (les prises sont fixes et les courants sont variables)

Les prises sont considérées fixes et on calcule la Jacobienne par rapport aux courants. Pour chaque zone, on trouve une impédance équivalente et par la suite il suffit d'appliquer l'équation du cas simple (équation 5.9) pour calculer cette partie de la matrice Jacobienne.

Les étapes suivantes sont nécessaires pour la construction de la matrice Jacobienne:

- À partir de l'emplacement de la mesure de tension, on définit les zones comme les montre la Figure 5-2
- Initialiser la matrice de passage équivalent  $\mathbf{R}_{eq}^1 = \mathbf{I}(3,3)$
- Tous les segments qui appartiennent à la première zone (de la mesure de tension jusqu'à le premier transformateur ou régulateur de tension)
- Pour la zone  $i=2$  jusqu'à la zone  $p+1$  (total des zones)

- Calculer la matrice équivalente

$$\mathbf{R}_{eq}^i = \mathbf{R}_{i-1}^{Tot} \cdot \mathbf{R}_{eq}^{i-1} \quad (5.15)$$

- Pour chaque segment  $k$  de la zone  $i$ ,
  - changer son impédance  $\mathbf{Z}_{old}$  par  $\mathbf{Z}_{new}$  comme suit :

$$\mathbf{Z}_{new} = \mathbf{Z}_{old} \cdot \mathbf{R}_{eq}^i \quad (5.16)$$

- En utilisant la nouvelle valeur de l'impédance, appliquer l'équation (5.9) pour calculer la matrice Jacobienne.

La Figure 5-2 illustre comment appliquer les étapes citées ci-dessus pour calculer la matrice Jacobienne. Le réseau est formé de trois zones, pour chacune des zones, une nouvelle impédance est calculée et par la suite utilisée dans l'équation (5.9)

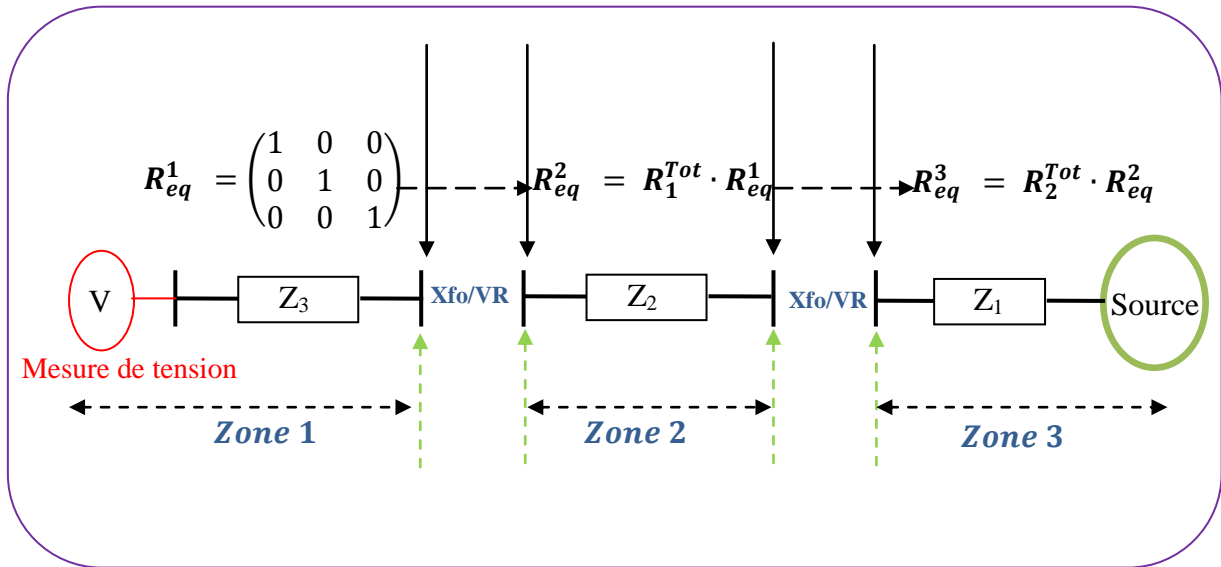


Figure 5-2 Calcul des nouvelles impédances dans la zone où se trouve la mesure de tension.

### 5.1.2.3 Prises variables

Dans cette partie, Les courants sont considérés invariants et les positions des prises sont variables.

Pour chaque transformateur/ Régulateur de tension, une matrice dérivée est associée. Pour le transformateur, les trois phases sont réglées de la même façon, c'est-à-dire, une prise contrôle les trois phases simultanément, tandis que le control pour les régulateurs est par phase.

Un transformateur donne naissance à une seule variable d'état. La dérivée de la matrice de passage associée à l' $i^{eme}$  élément (transformateur ou régulateur) par rapport à cette variable est illustrée par la formule suivante :

$$D_i = \frac{\partial(N \cdot V_{nvm})}{\partial Tap} + \frac{\partial(N \cdot Z_{dv})}{\partial Tap} \quad (5.17)$$

Un régulateur de tension introduit pour chacune des phases une variable d'état. Donc pour chaque phase ( $\varphi=a,b,c$ ), sa matrice dérivée est calculée comme suit

$$D_i^\varphi = \frac{\partial(N \cdot V_{nvm})}{\partial Tap_\varphi} + \frac{\partial(N \cdot Z_{dv})}{\partial Tap_\varphi} \quad (5.18)$$

L'algorithme ci-dessous montre comment la matrice Jacobienne est calculée pour chaque transformateur/régulateur de tension.

Étape1 :

À partir de la mesure de tension, en allant vers la source, les transformateurs/régulateurs de tension sont numérotés dans l'ordre croissant.

Étape 2 :

Pour  $i=1$  à  $p$  ( $p$  est le nombre total transformateurs + régulateurs)

Si  $i^{ieme}$  élément est un transformateur

$$D = D_i * \prod_{j \neq i}^p R_j^{Tot} \quad (5.19)$$

Appel à la procédure de calcul de la Jacobienne (décrite ci-dessous)

Calcul\_H\_Associée\_Tap( $D$ ,  $V_s$ , angle( $V$ ))

$V_s$  est le vecteur de tension de la source,  $V$  est le vecteur de tension à l'endroit où se trouve la mesure de tension.

Si  $i^{\text{ième}}$  élément est un régulateur de tension

Pour chaque phase  $\varphi$  claculer la matrice  $D$  comme suit :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_i^\varphi * \prod_{j \neq i}^p \mathbf{R}_j^{Tot} \quad (5.20)$$

Appeler la procédure Calcul\_H\_Associée\_Tap(  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{V}_s$ , angle( $\mathbf{V}$ ) )

Ci-dessous, la description détaillée de la procédure qui permet de calculer la matrice Jacobienne associée à une matrice  $\mathbf{D}$  :

Calcul\_H\_Associée\_Tap(  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{V}_s$ , angle( $\mathbf{V}$ ) )

Début

$$\begin{bmatrix} \theta_{va} \\ \theta_{vb} \\ \theta_{vc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{angle}(V_a) \\ \text{angle}(V_b) \\ \text{angle}(V_c) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} ( \text{Re}(D(1,1)) \cdot \text{Re}(V_{sa}) - \text{Im}(D(1,1)) \cdot \text{Im}(V_{sa}) ) \cos(\theta_{va}) + \\ ( \text{Re}(D(1,1)) \cdot \text{Im}(V_{sa}) + \text{Im}(D(1,1)) \cdot \text{Re}(V_{sa}) ) \sin(\theta_{va}) + \\ ( \text{Re}(D(1,2)) \cdot \text{Re}(V_{sb}) - \text{Im}(D(1,2)) \cdot \text{Im}(V_{sb}) ) \cos(\theta_{va}) + \\ ( \text{Re}(D(1,2)) \cdot \text{Im}(V_{sb}) + \text{Im}(D(1,2)) \cdot \text{Re}(V_{sb}) ) \sin(\theta_{va}) + \\ ( \text{Re}(D(1,3)) \cdot \text{Re}(V_{sc}) - \text{Im}(D(1,3)) \cdot \text{Im}(V_{sc}) ) \cos(\theta_{va}) + \\ ( \text{Re}(D(1,3)) \cdot \text{Im}(V_{sc}) + \text{Im}(D(1,3)) \cdot \text{Re}(V_{sc}) ) \sin(\theta_{va}) + \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\mathbf{H}_b = \begin{bmatrix} ( \text{Re}(D(2,1)) \cdot \text{Re}(V_{sa}) - \text{Im}(D(2,1)) \cdot \text{Im}(V_{sa}) ) \cos(\theta_{vb}) + \\ ( \text{Re}(D(2,1)) \cdot \text{Im}(V_{sa}) + \text{Im}(D(2,1)) \cdot \text{Re}(V_{sa}) ) \sin(\theta_{vb}) + \\ ( \text{Re}(D(2,2)) \cdot \text{Re}(V_{sb}) - \text{Im}(D(2,2)) \cdot \text{Im}(V_{sb}) ) \cos(\theta_{vb}) + \\ ( \text{Re}(D(2,2)) \cdot \text{Im}(V_{sb}) + \text{Im}(D(2,2)) \cdot \text{Re}(V_{sb}) ) \sin(\theta_{vb}) + \\ ( \text{Re}(D(2,3)) \cdot \text{Re}(V_{sc}) - \text{Im}(D(2,3)) \cdot \text{Im}(V_{sc}) ) \cos(\theta_{vb}) + \\ ( \text{Re}(D(2,3)) \cdot \text{Im}(V_{sc}) + \text{Im}(D(2,3)) \cdot \text{Re}(V_{sc}) ) \sin(\theta_{vb}) + \end{bmatrix} \quad (5.23)$$



$$\mathbf{H}_c = \begin{bmatrix} \left( \operatorname{Re}(D(3,1)) \cdot \operatorname{Re}(Vsa) - \operatorname{Im}(D(3,1)) \cdot \operatorname{Im}(Vsa) \right) \cos(\theta_{vc}) + \\ \left( \operatorname{Re}(D(3,1)) \cdot \operatorname{Im}(Vsb) + \operatorname{Im}(D(3,1)) \cdot \operatorname{Re}(Vsa) \right) \sin(\theta_{vc}) + \\ \left( \operatorname{Re}(D(3,2)) \cdot \operatorname{Re}(Vsb) - \operatorname{Im}(D(3,2)) \cdot \operatorname{Im}(Vsb) \right) \cos(\theta_{vc}) + \\ \left( \operatorname{Re}(D(3,2)) \cdot \operatorname{Im}(Vsb) + \operatorname{Im}(D(3,2)) \cdot \operatorname{Re}(Vsb) \right) \sin(\theta_{vc}) + \\ \left( \operatorname{Re}(D(3,3)) \cdot \operatorname{Re}(Vsc) - \operatorname{Im}(D(3,3)) \cdot \operatorname{Im}(Vsc) \right) \cos(\theta_{vc}) + \\ \left( \operatorname{Re}(D(3,3)) \cdot \operatorname{Im}(Vsc) + \operatorname{Im}(D(3,3)) \cdot \operatorname{Re}(Vsc) \right) \sin(\theta_{vc}) + \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Fin

La Figure 5-3, illustre comment calculer la matrice associée à chaque transformateur/régulateur.

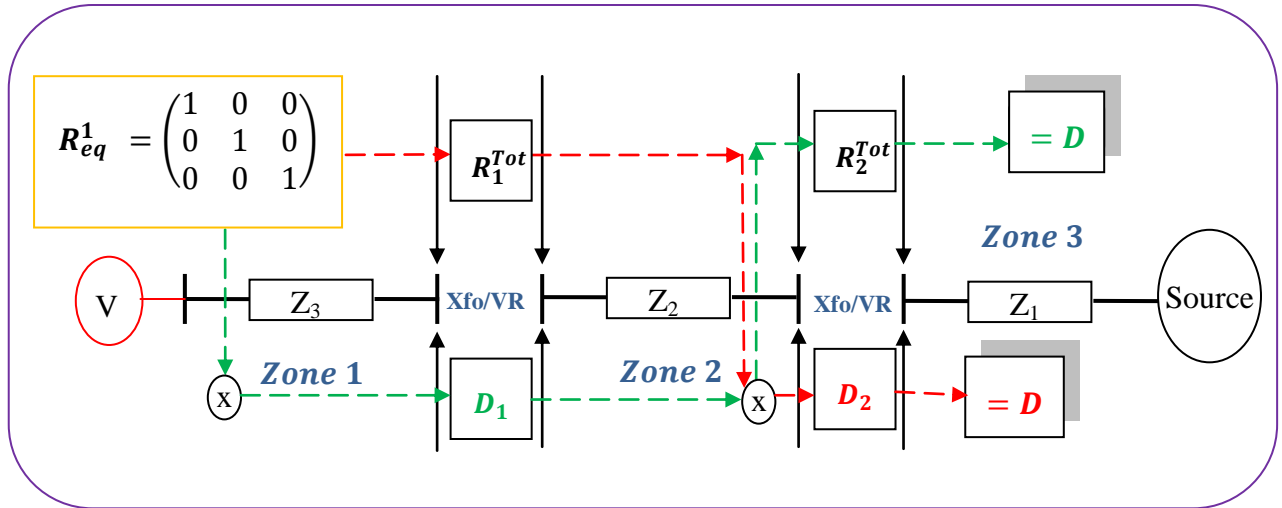


Figure 5-3: Exemple de calcul de la matrice  $\mathbf{D}$  associée à chaque transformateur/Régulateur.

Pour la procédure de calcul de la matrice dérivée par rapport à la position de la prise et qui est associé au  $i^{ieme}$  élément (transformateur/régulateur),  $\mathbf{D}_i$  est présenté comme suit :

Si le  $i^{ieme}$  élément est un transformateur de configuration YD

Si le LTC est localisé au secondaire :

$$\mathbf{D}_i = N_0 \Delta T a p (Z_{dvj} - V_{nvmj}) \quad (5.25)$$

Sinon (LTC au primaire) :

$$\mathbf{D}_i = N_0 \frac{\Delta T_{ap} \cdot T_{ap_{prim}}}{(1 - \Delta T_{ap} \cdot T_{ap_{prim}})^2} \cdot (\mathbf{Z}_{dvj} - \mathbf{V}_{nvmj}) \quad (5.26)$$

Si le  $i^{ieme}$  élément est un transformateur de configuration autre que YD

$\mathbf{D}_i$  est calculé par les équations (5.25), (5.26) en remplaçant  $\mathbf{Z}_{dvj} = [\mathbf{0}]_{3 \times 3}$

Si le  $i^{ieme}$  élément est un régulateur de tension

Si le le régulateur de type A

$$\mathbf{D}_i^a = \begin{bmatrix} \Delta T_{ap} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$\mathbf{D}_i^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta T_{ap} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\mathbf{D}_i^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta T_{ap} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Si le régulateur est de type B

$$\mathbf{D}_i^a = \begin{bmatrix} \frac{\Delta T_{ap}}{(1 - \Delta T_{ap} \cdot T_{ap\_a_{prim}})^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$\mathbf{D}_i^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta T_{ap}}{(1 - \Delta T_{ap} \cdot T_{ap\_b_{prim}})^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

$$\mathbf{D}_i^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta T_{ap}}{(1 - \Delta T_{ap} \cdot T_{ap\_c_{prim}})^2} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

#### 5.1.2.4 Exemple d'un réseau triphasé avec un régulateur de tension et un transformateur dans le chemin qui relie la source à la mesure de tension

La Figure 5-6 est un exemple de réseau où des régulateurs de tension ou/et des transformateurs sont installés dans le chemin reliant la source à la mesure de tension.

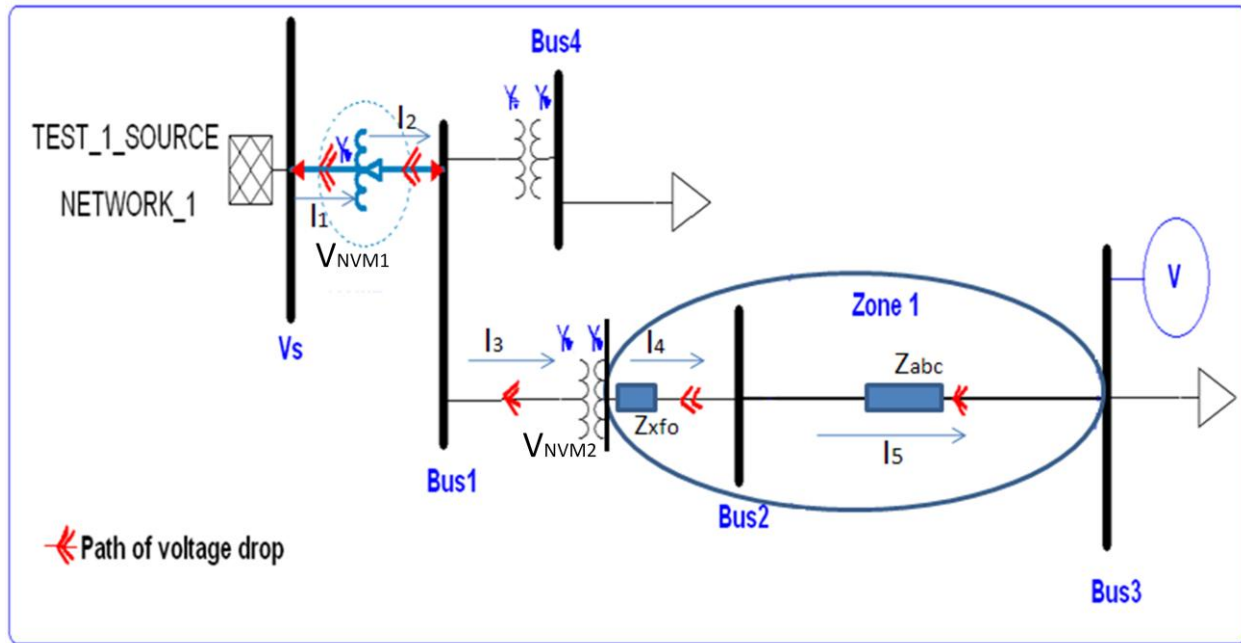


Figure 5-4: Exemple de réseaux avec des transformateurs et régulateurs de tension

La tension à la barre 3 où la mesure de tension est localisée est exprimée comme suit:

$$V = (V_{nvm1}V_{nvm2}) V_s - Z_{xfo}I_4 - Z_{abc}I_5 \quad (5.33)$$

Dans cet exemple, une seule zone identifiée, donc la matrice équivalente de tension est égale à l'identité. Cependant le calcul de la matrice Jacobienne de la mesure de tension par rapport au courant  $I_5$  qui traverse cette ligne, est direct sans aucune modification de l'impédance de ligne ( $Z_{abc}$ ).

Pour le calcul de la Jacobienne liée aux différentes positions des prises, on suppose que le régulateur est de type A avec une configuration Yg et le transformateur est de configuration YgYg avec un déphasage nul.

La matrice de passage tension pour le régulateur est comme suit :

$$\mathbf{V}_{nvm1} = \begin{bmatrix} 1 + \Delta tap_a \cdot Tap_a & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \Delta tap_b \cdot Tap_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \Delta tap_c \cdot Tap_c \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

La matrice de passage tension pour le transformateur est comme suit :

$$\mathbf{V}_{nvm2} = N \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{Z}_{dv} = \mathbf{0} \quad (5.35)$$

N est défini d'une manière générale indépendamment de la localisation du régleur en charge (coté primaire ( $Tap_{sec} = 0$ ) ou secondaire ( $Tap_{pri} = 0$ ) du transformateur)

$$N = N0 \frac{(1 + \Delta tap_{sec} \cdot Tap_{sec})}{(1 + \Delta tap_{pri} \cdot Tap_{pri})} \quad (5.36)$$

Si le régleur en charge est supposé du coté secondaire du transformateur, alors le ratio N est défini comme suit:

$$N = N0 (1 + \Delta tap_{sec} \cdot Tap_{sec}) \quad (5.37)$$

La matrice  $\mathbf{D}$  associée au transformateur est :

$$\mathbf{D}_2 = N0(\Delta tap_{sec}) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Finalement, la matrice  $\mathbf{D}$  associée au transformateur est :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_2 \times \mathbf{V}_{nvm1} \quad (5.39)$$

Pour calculer la matrice Jacobienne associée à la position de la prise du transformateur, il suffit d'appeler la procédure de calcul définie précédemment, en lui passant la matrice  $\mathbf{D}$  comme paramètre.

La même démarche pour le régulateur de tension, sauf que cette fois-ci, la régulation par phase. Donc, il faut faire le calcul pour chacune des trois phases d'une manière similaire. Dans cet exemple, le calcul est donné seulement pour la phase b.

$$D_1^b = \begin{bmatrix} \Delta tap_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$D = D_1^b \times V_{nvm1} \quad (5.41)$$

### 5.1.3 Mesure de tension sur une continuité monophasée

La Figure 5-7 illustre le cas d'une mesure de tension localisée sur une artère monophasée.

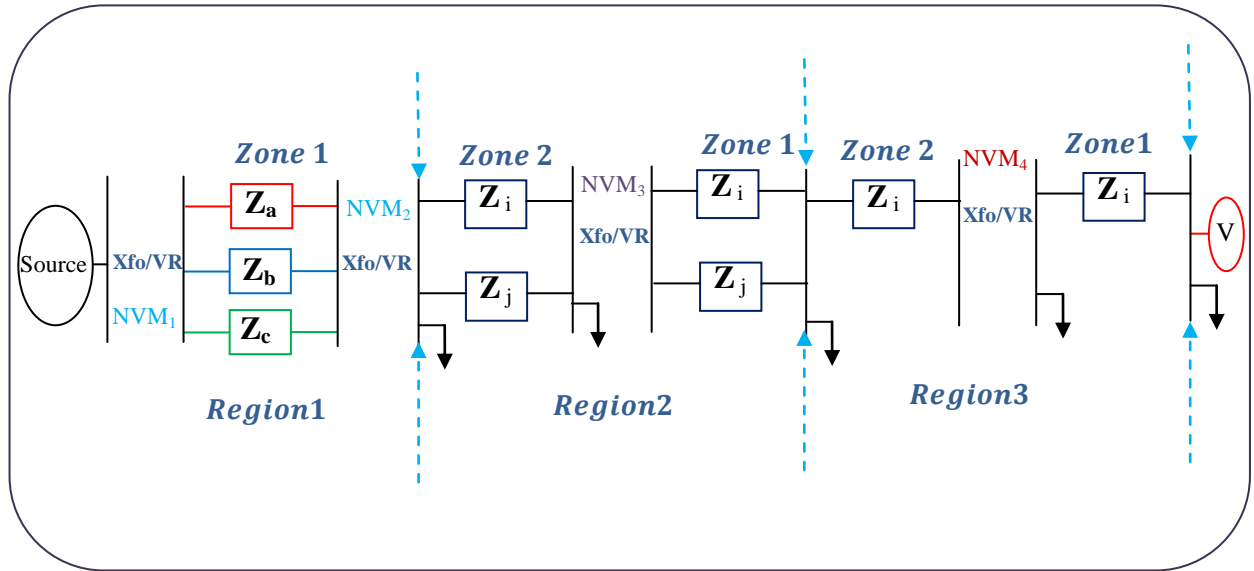


Figure 5-5: Exemple d'une mesure de tension sur une artère monophasée.

Le calcul de la matrice Jacobienne associée à la mesure de tension dépend de la région où se trouve la section. La région est définie par le nombre de phase. La Figure 5-7 illustre un cas général, où trois régions sont possibles. La première région concerne le réseau triphasé, la deuxième région est associée au réseau biphasé, la troisième région définit la portion monophasé du réseau.

La mesure de tension est exprimée en fonction de deux catégories de variables d'état, soient le courant et les positions des prises. Cependant, le calcul de la matrice  $\mathbf{H}$  se fait en deux étapes. Dans la première étape, la dérivation de la fonction de mesure de tension est par rapport aux courants et dans la deuxième étape la matrice  $\mathbf{H}$  est calculée par rapport aux variables d'états positions des prises. Il est à noter que les matrices de passage tension notés initialement par  $\mathbf{V}_{nvm}$  sont remplacé par le symbole  $\mathbf{NVM}$  afin d'éviter d'avoir des équations trop encombrés.

### 5.1.3.1 $\mathbf{H}(x)$ par rapport aux courants

Dans cette étape les dérivées sont calculées par rapport aux courants, donc les positions de prises sont considérées constantes.

Pour simplifier les calculs, nous allons procéder par région et en allant de la mesure de tension jusqu'à la source.

#### Région 3 :

Dans cette région, le calcul de la matrice Jacobienne est très simple, les formules appliquées dans la section où la mesure de tension est triphasée resteront valables. La seule différence est que cette fois-ci, la dimension des matrices est unitaire 1x1 au lieu de 3x3. Si dans le chemin qui relie la mesure de tension à la source, des transformateurs et/ou des régulateurs de tension sont identifiés, alors il est nécessaire de faire appel à la notion de zones comme les cas de la section précédente. La notion de zones permet de calculer la nouvelle impédance par la multiplication de chaque impédance d'une section, par la matrice de passage de tension  $\mathbf{R}_{eq}$  associée à chacune des zones.

A titre d'exemple, la matrice Jacobienne associée à la section dans la zone2 de la région3 est comme suit:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -Re(Z) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Z) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Z) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Z) \cos(\theta_{vi}) \end{bmatrix}^T \quad (5.42)$$

Où:

$\theta_{vi}$  est l'angle de la tension à l'emplacement de la mesure (phase  $i$ )

$Z$  est la nouvelle impédance calculée comme suit:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{NVM}_4 \mathbf{Z} \quad (5.43)$$

La matrice de passage  $\mathbf{NVM}_4$  est associée à la zone2. Elle est générée par le transformateur/régulateur de tension qui sépare les deux zones de cette région.

**Région 2:**

- Pour chaque section localisée dans la région2, on calcule la nouvelle impédance  $\mathbf{Z}$ .
- Calculer la matrice de transfert de tension  $\mathbf{R}_{eq}$  associée à la dernière zone de la région3.
- Finalement la matrice  $\mathbf{H}$  est calculer comme suit:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{eq} \begin{bmatrix} -Re(Z(i,i)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Z(i,i)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i,i)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Z(i,i)) \cos(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i,j)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Z(i,j)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i,j)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Z(i,j)) \cos(\theta_{vi}) \end{bmatrix}^T \quad (5.44)$$

À titre d'exemple pour la section de la zone2 dans la région2,  $\mathbf{H}$  se calcule comme suit:

La nouvelle impédance :

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} V_{nvm3}(i,i) & V_{nvm3}(i,j) \\ V_{nvm3}(j,i) & V_{nvm3}(j,j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_{ij}(i,i) & Z_{ij}(i,j) \\ Z_{ij}(j,i) & Z_{ij}(j,j) \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

La matrice de passage tension associée à la dernière zone de la région3 est:

$$\mathbf{R}_{eq} = \mathbf{NVM}_4 \quad (5.46)$$

Finalement la matrice  $\mathbf{H}$ :

$$\mathbf{H} = \mathbf{NVM}_4 \begin{bmatrix} -Re(Z(i,i)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Z(i,i)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i,i)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Z(i,i)) \cos(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i,j)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Z(i,j)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i,j)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Z(i,j)) \cos(\theta_{vi}) \end{bmatrix}^T \quad (5.47)$$

Le même raisonnement pour la section dans la zone1 dans la région2

La nouvelle impédance est égale à  $Z$  (pas de changement)

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{2ij}(i, i) & Z_{2ij}(i, j) \\ Z_{2ij}(j, i) & Z_{2ij}(j, j) \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

La matrice de transfert:

$$\mathbf{R}_{eq} = NVM_4 \quad (5.49)$$

La matrice Jacobienne  $\mathbf{H}$  est:

$$\mathbf{H} = NVM_4 \begin{bmatrix} -Re(Z(i, i)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Z(i, i)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i, i)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Z(i, i)) \cos(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i, j)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Z(i, j)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Z(i, j)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Z(i, j)) \cos(\theta_{vi}) \end{bmatrix}^T \quad (5.50)$$

#### Région 1:

- Calculer la nouvelle impédance  $\mathbf{Z}$  pour chaque section localisée dans la région1
- Calculer la matrice de transfert de tension  $\mathbf{R}_{eq}^2$  associée à la dernière zone de la région2.
- Pour chaque section dans la région1, calculer une nouvelle matrice de dimensions 2x3 et noté  $Z_{new}$

$$\mathbf{Z}_{new} = \mathbf{R}_{eq}^2 \begin{bmatrix} Z(i, 1) & Z(i, 2) & Z(i, 3) \\ Z(j, 1) & Z(j, 2) & Z(j, 3) \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

- Calculer la matrice de transfert de tension  $\mathbf{R}_3^{eq}$  associée à la dernière zone de la région3.
- Finalement la matrice  $\mathbf{H}$  est calculée comme suit:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_3^{eq} \begin{bmatrix} -Re(Zn(i, 1)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Zn(i, 1)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Zn(i, 1)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Zn(i, 1)) \cos(\theta_{vi}) \\ -Re(Zn(i, 2)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Zn(i, 2)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Zn(i, 2)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Zn(i, 2)) \cos(\theta_{vi}) \\ -Re(Zn(i, 3)) \cos(\theta_{vi}) - Imag(Zn(i, 3)) \sin(\theta_{vi}) \\ -Re(Zn(i, 3)) \sin(\theta_{vi}) + Imag(Zn(i, 3)) \cos(\theta_{vi}) \end{bmatrix}^T \quad (5.52)$$



### 5.1.3.2 Calcul de $H(x)$ par rapport aux prises

Dans cette étape, la matrice  $H$  est calculé par rapport aux prises. Afin de simplifier les calculs, les chutes de tension sont négligées dans la fonction d'estimation de la tension mesurée.

#### Région 3

- Calculer  $NVR_{R1}$  la matrice de transfert pour la dernière zone de la région1
- Calculer  $NVR_{R2}$  la matrice de transfert pour la dernière zone de la région2
- Moyennant la formule ci-dessous, calculer  $NVR_{R12}$  la matrice de passage pour la région1 et 2 :

$$NVR_{R12} = \begin{bmatrix} NVM_{R2}(i,j) & NVM_{R2}(i,j) \\ NVM_{R2}(j,i) & NVM_{R2}(j,j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} NVM_{R1}(i,1) & NVM_{R1}(i,2) & NVM_{R1}(i,3) \\ NVM_{R1}(j,1) & NVM_{R1}(j,2) & NVM_{R1}(j,3) \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

- Pour chaque Transformateur ou régulateur de tension dans la zone actuelle (zone3), on calcule sa matrice Jacobienne.

On suppose que le transformateur (ou le régulateur de tension) d'ordre  $k$  est concerné par le calcul. Alors il est nécessaire de calculer la dérivée par rapport aux prises et on note sa dérivée comme suit:

$$d = \frac{\partial V_{NVM_k}}{\partial Tap} \quad (5.54)$$

Par la suite on multiplie  $d$  successivement par la matrice de passage de chaque matrice dans la region3 et on obtient:

$$D = \left\{ \frac{\partial V_{NVM_k}}{\partial Tap} \prod_{i=1 \atop (i \neq k)}^p NVM_i \right\} \quad (5.55)$$

- Calculer la matrice  $A$  comme suit:

Si l'élément  $k$  est un transformateur :

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{bmatrix} \cos(\theta_{vi})\text{Re}(Vsa) + \sin(\theta_{vi})\text{Img}(Vsa) \\ \cos(\theta_{vi})\text{Re}(Vsb) + \sin(\theta_{vi})\text{Img}(Vsb) \\ \cos(\theta_{vi})\text{Re}(Vsc) + \sin(\theta_{vi})\text{Img}(Vsc) \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \right\} \quad (5.56)$$

sinon

$$\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

Finalement la matrice  $\mathbf{H}$  est calculée par la formule suivante:

$$\mathbf{H} = \mathbf{D} \times [\text{NVR}_{R12}(\mathbf{i}, \mathbf{1}) \quad \text{NVR}_{R12}(\mathbf{i}, \mathbf{2}) \quad \text{NVR}_{R12}(\mathbf{i}, \mathbf{3})] \times \mathbf{A} \quad (5.58)$$

### Région 2 :

Pour la région 2 le raisonnement est similaire. Les étapes ci-dessous permettent de calculer la matrice  $\mathbf{H}$ .

- Calculer  $\text{NVR}_{R1}$  la matrice de passage pour la région1
- Calculer  $\text{NVR}_{R3}$  La matrice de passage de la region3
- Pour un transformateur ou régulateur  $k$  dans la région2, sa matrice  $\mathbf{H}$  est calculer comme suit:

- Calculer la dérivée  $d$  associée à l'élément en question:

$$d = \frac{\partial V_{NVM_k}}{\partial Tap} \quad (5.59)$$

- Multiplier  $d$  par les différentes matrices de passage de la region2:

$$\mathbf{D} = \left\{ \frac{\partial V_{NVM_k}}{\partial Tap} \prod_{i=1 \atop (i \neq k)}^p \text{NVM}_i \right\} \quad (5.60)$$

- Calculer la matrice  $\mathbf{A}$  comme suit:

Si l'élément  $k$  est un transformateur:

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{bmatrix} \cos(\theta_{vi})\text{Re}(Vsa) + \sin(\theta_{vi})\text{Im}(Vsa) \\ \cos(\theta_{vi})\text{Re}(Vsb) + \sin(\theta_{vi})\text{Im}(Vsb) \\ \cos(\theta_{vi})\text{Re}(Vsc) + \sin(\theta_{vi})\text{Im}(Vsc) \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \right\} \quad (5.61)$$

sinon(un régulateur de tension):

$$\mathbf{A} = \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

- Calculer la matrice de transfert équivalent  $NVR_{R12}$  pour les régions 1 et 2:

$$NVR_{R12} = \begin{bmatrix} D(i,j) & D(i,j) \\ D(j,i) & D(j,j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} NVM_{R1}(i,1) & NVM_{R1}(i,2) & NVM_{R1}(i,3) \\ NVM_{R1}(j,1) & NVM_{R1}(j,2) & NVM_{R1}(j,3) \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

Finalement, la matrice Jacobienne associée aux positions de prises pour le  $k^{\text{ième}}$  transformateur /régulateur est donnée par la formule suivante:

$$\mathbf{H} = NVM_{R3} \times [NVR_{R12}(\mathbf{i}, 1) \quad NVR_{R12}(\mathbf{i}, 2) \quad NVR_{R12}(\mathbf{i}, 3)] \times \mathbf{A} \quad (5.64)$$

### Région 1:

Il suffit d'appliquer le même raisonnement de calcul pour la région2. En effet, on calcul  $NVR_{R2}$ ,  $NVR_{R3}$  et la matrice  $\mathbf{D}$  de la même manière et finalement, la matrice  $\mathbf{H}$  est comme suit:

$$\mathbf{H} = NVM_{R3} \times [NVR_{R12}(\mathbf{i}, 1) \quad NVR_{R12}(\mathbf{i}, 2) \quad NVR_{R12}(\mathbf{i}, 3)] \times \mathbf{A} \quad (5.65)$$

Où :

$$NVR_{R12} = \begin{bmatrix} NVM_{R2}(i,j) & NVM_{R2}(i,j) \\ NVM_{R2}(j,i) & NVM_{R2}(j,j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} D(i,1) & D(i,2) & D(i,3) \\ D(j,1) & D(j,2) & D(j,3) \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

### 5.1.4 Mesure de tension biphasée

Dans ce cas on suppose que la mesure dans l'exemple précédent, est déplacée au frontière de la region2.

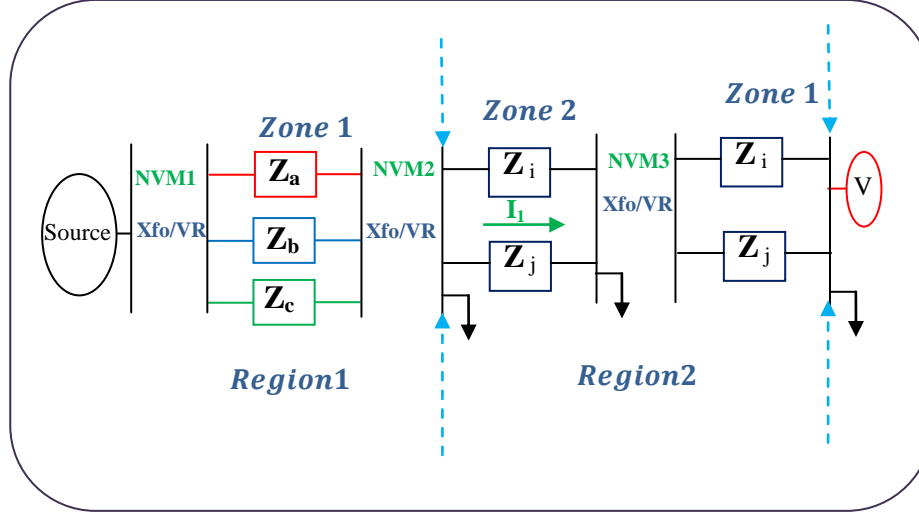


Figure 5-6: Un exemple qui illustre une mesure de tension sur une artère biphasée

#### 5.1.4.1 Calcul de H par rapport aux courants

##### Concernant les courants qui traversent les sections de la région 2:

On calcul premièrement la matrice de passage tension pour chacune de zones appartenant à cette région. Par la suite, on calcul la nouvelle impédance équivalente et on applique la même formule développée dans le cas d'un réseau triphasé. Par exemple la matrice Jacobienne associée au courants  $I_1$  dans la zone 2 de la région1, est calculée comme ci-dessous:

La matrice de transfert

- $R_{eq}$  est:

$$R_{eq} = NVM_3 \quad (5.67)$$

- La nouvelle impédance  $Z_n$  est:

$$Z_n = \begin{bmatrix} NVM_3(i, i) & NVM_3(i, j) \\ NVM_3(j, i) & NVM_3(j, j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_{1ij}(i, i) & Z_{1ij}(i, j) \\ Z_{1ij}(j, i) & Z_{1ij}(j, j) \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

- La matrice Jacobienne H pour la phase  $i$  et  $j$ :

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} -\text{Re}(Z(i,i)) \cos(\theta_{vi}) - \text{Imag}(Z(i,i)) \sin(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z(i,i)) \sin(\theta_{vi}) + \text{Imag}(Z(i,i)) \cos(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z(i,j)) \cos(\theta_{vi}) - \text{Imag}(Z(i,j)) \sin(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z(i,j)) \sin(\theta_{vi}) + \text{Imag}(Z(i,j)) \cos(\theta_{vi}) \end{bmatrix}^T \quad (5.69)$$

$$\mathbf{H}_j = \begin{bmatrix} -\text{Re}(Z(j,i)) \cos(\theta_{vj}) - \text{Imag}(Z(j,i)) \sin(\theta_{vj}) \\ -\text{Re}(Z(j,i)) \sin(\theta_{vj}) + \text{Imag}(Z(j,i)) \cos(\theta_{vj}) \\ -\text{Re}(Z(j,j)) \cos(\theta_{vj}) - \text{Imag}(Z(j,j)) \sin(\theta_{vj}) \\ -\text{Re}(Z(j,j)) \sin(\theta_{vj}) + \text{Imag}(Z(j,j)) \cos(\theta_{vj}) \end{bmatrix}^T \quad (5.70)$$

**Concernant les courants qui traversent les sections de la région 1:**

- Calculer  $\mathbf{NVM}_{R2}$  la matrice de passage tension relative à la région2
- Calculer  $\mathbf{R}_{eq}$  la matrice de passage équivalente de la zone concernée dans la région1
- Calculer la matrice de transfert de tension pour la région1 et 2,  $\mathbf{NVM}_{R12}$  comme suit:

$$\mathbf{NVR}_{R12} = \begin{bmatrix} \mathbf{NVM}_{R2}(i,j) & \mathbf{NVM}_{R2}(i,j) \\ \mathbf{NVM}_{R2}(j,i) & \mathbf{NVM}_{R2}(j,j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{eq}(i,1) & V_{eq}(i,2) & V_{eq}(i,3) \\ V_{eq}(j,1) & V_{eq}(j,2) & V_{eq}(j,3) \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

- Calculer la nouvelle impédance:

$$\mathbf{Z}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{NVM}_{R12}(i,1) & \mathbf{NVM}_{R12}(i,2) & \mathbf{NVM}_{R12}(i,2) \\ \mathbf{NVM}_{R12}(j,1) & \mathbf{NVM}_{R12}(j,2) & \mathbf{NVM}_{R12}(j,3) \end{bmatrix} \times \mathbf{Z} \quad (5.72)$$

Finalement, la matrice Jacobienne H dans la région1 est:

Pour la phase  $i$ :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -\text{Re}(Z_n(i,1)) \cos(\theta_{vi}) - \text{Imag}(Z_n(i,1)) \sin(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z_n(i,1)) \sin(\theta_{vi}) + \text{Imag}(Z_n(i,1)) \cos(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z_n(i,2)) \cos(\theta_{vi}) - \text{Imag}(Z_n(i,2)) \sin(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z_n(i,2)) \sin(\theta_{vi}) + \text{Imag}(Z_n(i,2)) \cos(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z_n(i,3)) \cos(\theta_{vi}) - \text{Imag}(Z_n(i,3)) \sin(\theta_{vi}) \\ -\text{Re}(Z_n(i,3)) \sin(\theta_{vi}) + \text{Imag}(Z_n(i,3)) \cos(\theta_{vi}) \end{bmatrix}^T \quad (5.73)$$

Pour la phase  $j$ , il suffit de remplacer dans l'équation (5.73)  $i$  par  $j$ .

#### 5.1.4.2 La matrice $H(x)$ calculée par rapport aux positions des prises:

##### Région 2:

- Calculer  $NVR_{R1}$  la matrice de passage équivalente de la région 1
- Pour un transformateur ou régulateur de tension dans la région 2, on calcul sa matrice dérivée par rapport aux positions des tapes comme suit:

Supposons que on s'intéresse au  $k^{ième}$  transformateur(ou régulateur) dans la région 2, sa matrice dérivée est:

$$d = \frac{\partial V_{NVM_k}}{\partial Tap} \quad (5.74)$$

Pour obtenir la matrice  $D$ , on multiplie la matrice dérivée par les autres matrices de passage localisées dans cette région

$$D = \left\{ \frac{\partial V_{NVM_k}}{\partial Tap} \prod_{i=1 \atop (i \neq k)}^p NVM_i \right\} \quad (5.75)$$

$p$  est le nombre de transformateurs et régulateurs de tension dans la région 2

- Calculer la matrice  $A$  comme ci-dessous:

Si  $NVM_k$  est un transformateur:

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} \cos(\theta_{vi})Re(Vsa) + \sin(\theta_{vi})Im(Vsa) \\ \cos(\theta_{vi})Re(Vsb) + \sin(\theta_{vi})Im(Vsb) \\ \cos(\theta_{vi})Re(Vsc) + \sin(\theta_{vi})Im(Vsc) \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \right\} \quad (5.76)$$

Sinon

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

- Calculer la matrice  $NVR_{R12}$ , la matrice de passage équivalente pour les deux régions:

$$NVR_{R12} = \begin{bmatrix} D(i,j) & D(i,j) \\ D(j,i) & D(j,j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} NVM_{R1}(i,1) & NVM_{R1}(i,2) & NVM_{R1}(i,3) \\ NVM_{R1}(j,1) & NVM_{R1}(j,2) & NVM_{R1}(j,3) \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

Finalement la matrice Jacobienne associée au  $k^{ième}$  transformateur (régulateur)

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} NVR_{R12}(i, 1) & NVR_{R12}(i, 2) & NVR_{R12}(i, 3) \\ NVR_{R12}(j, 1) & NVR_{R12}(j, 2) & NVR_{R12}(j, 3) \end{bmatrix} \times \mathbf{A} \quad (5.79)$$

### Région 1:

Le raisonnement reste très similaire à celui appliqué dans la région2. On calcule  $NVR_{R2}$  pour la région2, par la suite on calcul la matrice  $d$  associé à l'élément en question et on déduit la matrice  $D$ .

Finalement, il suffit de calculer la matrice de passage équivalente pour les deux régions ( $D \times NVR2$ ) et faire appel à l'équation (5.79) pour déduire la matrice Jacobienne  $H$ .

## CHAPITRE 6 LES CONTRAINTES

Le respect des lois physique dans un réseau électrique, conduit nécessairement à introduire des contraintes dans le processus de l'estimateur d'état. A titre d'exemple la loi des nœuds et des mailles connues sous le nom de lois de Kirchhoff devraient être prise en compte durant le processus d'estimation. Dans le présent chapitre, nous allons présenter en détail toutes les contraintes à considérer dans le modèle de l'estimateur d'état.

### 6.1 Barre Zéro-Injection

Une barre Zéro-Injection est une barre ou un nœud où il n'y a pas d'éléments shunts (charges, condensateurs ou bobines). La présence ou non de la capacitance shunt de la ligne ne change pas le statut d'une barre Zéro-Injection.

Il est à noter que l'élément shunt d'une ligne électrique n'influe pas beaucoup les calculs des contraintes. Surtout que les lignes dans les réseaux de distribution sont courtes. Cependant l'admittance shunt de la ligne est négligée durant les développements à venir.

Pour obtenir le vecteur contrainte  $\mathbf{c}(\mathbf{x})$  pour chacune des barres Zéro-injection, on applique la loi des nœuds sur chaque phase, c'est à dire la somme des courants entrants moins la somme des courants sortants est nul.

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \left( \sum_{k=1}^m I_{k_R} - \sum_{n=1}^o I_{n_R} \right) \\ \left( \sum_{k=1}^m I_{k_X} - \sum_{n=1}^o I_{n_X} \right) \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

La matrice Jacobienne pour un courant entrant et pour chaque phase est donnée:

$$\mathbf{C}^{\text{in}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Pour un courant sortant la matrice Jacobienne pour chaque phase est :

$$\mathbf{C}^{\text{out}}(\mathbf{x}) = -\mathbf{C}^{\text{in}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$



## 6.2 Compensation shunt capacitive ou réactive

Une compensation statique peut être considérée comme une impédance constante et par conséquent la puissance injectée ou absorbée par la compensation sera fonction de la tension.

À chaque itération, la puissance active et réactive du condensateur ou du réacteur pour une connexion étoile à une barre  $j$ , est donnée par l'équation (6.4)

$$P_\phi + jQ_\phi = (P_{0,\phi} + jQ_{0,\phi}) \cdot \left( \frac{|V|}{V_{0\_LN}^C / \sqrt{3}} \right)^2 \quad (6.4)$$

$P_0$  et  $Q_0$  sont les valeurs calculées pour une tension nominale. Tandis que  $P$  et  $Q$  sont les valeurs calculées à partir de la tension estimée à l'itération précédente.  $Q_0$  est de signe positif pour une self et négatif pour un condensateur.

Quant aux connexions de type delta, il est préférable de calculer directement le courant de ligne en fonction de la tension que de passer par le calcul de la puissance et la convertir à un courant. Les équations 6.5, 6.6 et 6.7 illustrent le calcul du courant de chacune des phases:

$$I_a = I_{ca} - I_{ab} = \frac{\text{Conj}(S_{0a})}{V_{0\_LL}^C} (V_{ca} - V_{ab}) \quad (6.5)$$

$$I_b = I_{ab} - I_{bc} = \frac{\text{Conj}(S_{0b})}{V_{0\_LL}^C} (V_{ab} - V_{bc}) \quad (6.6)$$

$$I_c = I_{bc} - I_{ca} = \frac{\text{Conj}(S_{0c})}{V_{0\_LL}^C} (V_{bc} - V_{ca}) \quad (6.7)$$

Finalement, la compensation est traitée de la même manière d'une charge considérée comme pseudo-mesure. Sauf  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  and  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$  sont remplacées respectivement par  $\mathbf{c}(\mathbf{x})$  et  $\mathbf{C}(\mathbf{x})$ .

## 6.3 Les Boucles

La matrice Jacobienne  $\mathbf{C}(\mathbf{x})$  associée à une contrainte de boucle est relativement pleine. À cet effet, les boucles compliquent les calculs dans l'estimateur d'état, surtout avec la présence des transformateurs et/ou régulateurs de tension.

Une simple boucle où il n'y a ni de transformateur, ni de régulateurs de tension, est supportée par l'estimateur d'état sans trop de calculs additionnels [6]. Pour une boucle, la loi des mailles doit être respectée.

Dans cette partie, nous allons traiter le cas avec des boucles simples et le cas avec des boucles contenant des transformateurs et/ou des régulateurs de tension.

### 6.3.1 Boucle simple (sans transformateurs et sans régulateurs de tension):

La Figure 6-1 illustre le cas d'une boucle simple.

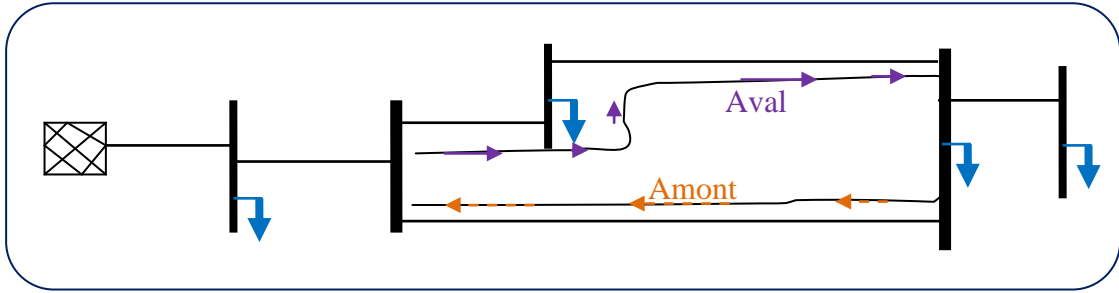


Figure 6-1: Chemin amont/aval d'une simple boucle

L'application de la loi des mailles sur une simple boucle stipule que la somme des chutes de tension à travers le chemin en aval doit être égale à la somme des chutes de tension à travers le chemin en amont. Ceci donne la naissance à une contrainte exprimée par l'équation

$$c(x) = \sum_{k=1}^m (Z_k \cdot I_k) - \sum_{l=1}^n (Z_l \cdot I_l) = 0 \quad (6.8)$$

Après la séparation entre les parties réelles et imaginaire, la matrice Jacobienne  $C(x)$  associée à  $c(x)$  est comme suit:

$$C(x) = \delta_k \begin{bmatrix} R_{kaa} & R_{kab} & R_{kac} & -X_{kaa} & -X_{kab} & -X_{kac} \\ R_{kba} & R_{kbb} & R_{kbc} & -X_{kba} & -X_{kbb} & -X_{kbc} \\ R_{kca} & R_{kcb} & R_{kcc} & -X_{kca} & -X_{kcb} & -X_{kcc} \\ X_{kaa} & X_{kab} & X_{kac} & R_{kaa} & R_{kab} & R_{kac} \\ X_{kba} & X_{kbb} & X_{kbc} & R_{kba} & R_{kbb} & R_{kbc} \\ X_{kca} & X_{kcb} & X_{kcc} & R_{kca} & R_{kcb} & R_{kcc} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Où  $\delta_k = 1$  pour toutes les sections en aval de la boucle et  $\delta_k = -1$  pour les sections en amont.

### 6.3.2 Boucles avec des transformateurs et/ou régulateurs de tension:

La Figure 6-2 illustre un cas d'un réseau contenant une boucle complexe.

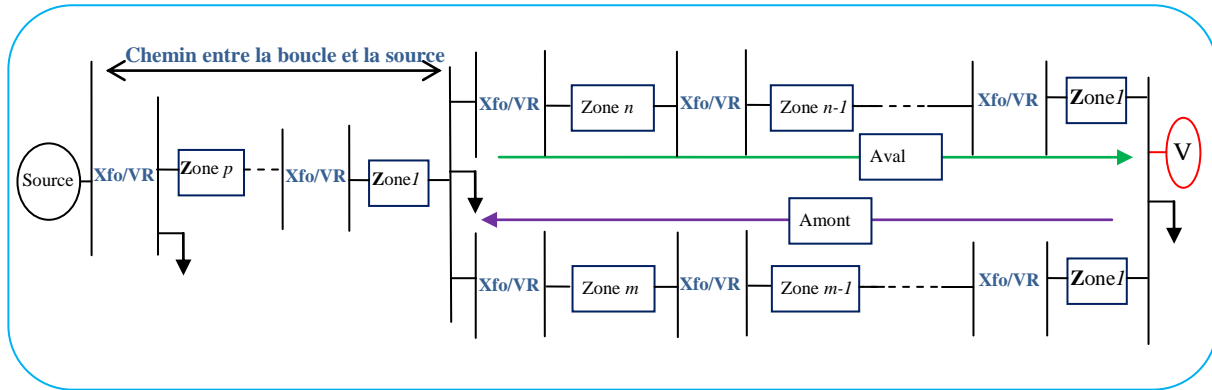


Figure 6-2: Des transformateurs et/ou régulateurs sont localisés dans la boucle.

Dans ce cas, le calcul de la Jacobienne dépend de la localisation de la section en question. Trois parties à examiner: Les deux chemins de la boucle (amont et aval) et le chemin qui relie le début de la boucle à la source. Dans le cas d'une boucle simple, la dernière partie est toujours simplifiée.

La procédure de calcul consiste à trouver la matrice de passage de tension associée à chaque section, et par la suite, on multiplie par l'impédance pour obtenir une nouvelle qui sera utilisée dans l'équation (6.9) pour calculer la matrice Jacobienne  $C(x)$ .

La matrice Jacobienne  $C(x)$  est calculée par rapport aux courants et en suite par rapport aux positions des prises liées au régulateur de tension et aux transformateurs.

#### 6.3.2.1 Calcul de la matrice Jacobienne par rapport aux courants:

Pour les deux chemins de la boucle, le principe de la mesure de tensions, quand le chemin qui relie la mesure à la source inclue des transformateurs et/ou des régulateurs de tension, s'applique intégralement pour calculer la nouvelle impédance. À chaque fois, la nouvelle impédance est calculée, il suffit d'appliquer l'équation (6.9) pour obtenir la matrice Jacobienne  $C(x)$ .

Concernant le chemin qui relie la source à la boucle, il est considéré comme une continuité du chemin amont et aval. À titre d'exemple, la zone 1 dans cette partie est considérée comme la zone  $n+1$  pour l'aval et  $m+1$  pour l'amont.

Cependant, pour chaque section  $j$  dans une zone  $k$  ( $k=1$  à  $p$ ), le calcul de la matrice Jacobienne se fait comme suit:

- Calcul de la matrice de passage tension associée à la zone  $k$  moyennant la formule récurrente suivante:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{eq}^k = \mathbf{R}_{Tot}^{k-1} \mathbf{R}_{eq}^{k-1} \\ \mathbf{R}_{eq}^1 = \mathbf{R}_{eq\_d}^{n+1} - \mathbf{R}_{eq\_u}^{m+1} \end{cases} \quad (6.10)$$

- Calcul de la nouvelle impédance: Elle est obtenue moyennant une multiplication matricielle entre  $\mathbf{R}_{eq}^k \cdot \mathbf{Z}$  multiplication de la matrice  $\mathbf{Z}$

$$\mathbf{Z}_{nouv} = \mathbf{R}_{eq}^k \cdot \mathbf{Z} \quad (6.11)$$

- On calcule la Jacobienne :

$$\mathbf{C}_k(\mathbf{x}) = (\delta_k) \begin{bmatrix} R_{j_{aa}} & -X_{j_{aa}} & R_{j_{ab}} & -X_{j_{ab}} & R_{j_{ac}} & -X_{j_{ac}} \\ R_{j_{ba}} & -X_{j_{ba}} & R_{j_{bb}} & -X_{j_{bb}} & R_{j_{bc}} & -X_{j_{bc}} \\ R_{j_{ca}} & -X_{j_{ca}} & R_{j_{cb}} & -X_{j_{cb}} & R_{j_{cc}} & -X_{j_{cc}} \\ X_{j_{aa}} & R_{j_{aa}} & X_{j_{ab}} & R_{j_{ab}} & X_{j_{ac}} & R_{j_{ac}} \\ X_{j_{ba}} & R_{j_{ba}} & X_{j_{bb}} & R_{j_{bb}} & X_{j_{bc}} & R_{j_{bc}} \\ X_{j_{ca}} & R_{j_{ca}} & X_{j_{cb}} & R_{j_{cb}} & X_{j_{cc}} & R_{j_{cc}} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Où :

$R$  est la partie réelle de  $\mathbf{Z}_{nouv}$

$X$  est la partie imaginaire de  $\mathbf{Z}_{nouv}$

$\delta_k = 1$  , si  $k$  est localisé dans le chemin aval.

$\delta_k = -1$ : si  $k$  est situé sur le chemin amont

### 6.3.2.2 Calcul de la matrice $\mathbf{C}(\mathbf{x})$ par rapport aux positions des prises

Pour simplifier le calcul, les chutes de tension à travers les impédances des sections sont négligées. En d'autres mots, juste le premier terme qui est considéré.

$$\left( \prod_{k=1}^p \mathbf{R}_p^k ( \mathbf{R}_{eq\_d}^{n+1} - \mathbf{R}_{eq\_u}^{m+1} ) \right) (\mathbf{V}_s) \quad (6.13)$$

Pour chaque transformateur/régulateur de tension  $j$  localisé entre la source et la boucle, sa matrice Jacobienne est comme suit:

- On calcule le vecteur  $\mathbf{V}_s^p$

$$\mathbf{V}_s^p = \mathbf{C}_j \mathbf{V}_{eq}^p (\mathbf{R}_p^j)^{-1} ( \mathbf{V}_{eq\_d}^{n+1} - \mathbf{V}_{eq\_u}^{m+1} ) \mathbf{V}_s \quad (6.14)$$

Où:

$$\mathbf{C}_j = \frac{\partial \mathbf{R}_p^j}{\partial \mathbf{Tap}} \quad (6.15)$$

- Finalement la matrice Jacobienne:

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{V}_s^p) \\ \text{Img}(\mathbf{V}_s^p) \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Pour chaque Transformateur/régulateur  $j$  localisé dans le chemin aval de la boucle, sa matrice Jacobienne se calcul comme suit

- Calculer le vecteur  $\mathbf{V}_s^d$

$$\mathbf{V}_s^d = \left( \mathbf{C}_j \mathbf{V}_{eq\_d}^{n+1} (\mathbf{R}_d^j)^{-1} \right) \prod_{k=1}^p \mathbf{R}_p^k \quad (6.17)$$

Où:

$$\mathbf{C}_j = \frac{\partial \mathbf{R}_d^j}{\partial \mathbf{Tap}} \quad (6.18)$$

- La matrice Jacobienne:

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{V}_s^d) \\ \text{Img}(\mathbf{V}_s^d) \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Pour chaque transformateur  $j$  situé sur le chemin amont de la boucle, on calcule sa matrice Jacobienne comme suit:

$$\mathbf{V}_s^u = \left( -\mathbf{C}_j \mathbf{V}_{eq\_u}^{m+1} (R_u^j)^{-1} \right) \prod_{k=1}^p R_p^k \quad (6.20)$$

Où:

$$\mathbf{C}_j = \frac{\partial R_u^j}{\partial \mathbf{T}ap} \quad (6.21)$$

- La matrice Jacobienne

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{V}_s^u) \\ \text{Img}(\mathbf{V}_s^u) \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

## 6.4 Transformateurs

Chaque transformateur doit introduire des contraintes (2 contraintes par phase) dans l'estimateur d'état, car les courants du primaire et du secondaire sont liés par une équation dont la forme est ci-dessous

$$\mathbf{I}_{ABC} = \mathbf{f}(\mathbf{I}_{abc}) \quad (6.23)$$

Où:

$\mathbf{I}_{ABC}$ : le courant triphasé au primaire

$\mathbf{I}_{abc}$ : Le courant triphasé au secondaire

Le cas le plus général d'un transformateur, est celui avec une configuration YnD avec un transformateur de mise à la terre au secondaire. Les courants primaires et secondaires sont liés par l'équation suivante:

$$\mathbf{I}_{prim} = N \cdot \mathbf{A} \left( \mathbf{I}_{sec} - \frac{1}{3} \sum_{\emptyset=a,b,c} \mathbf{I}_{sec\emptyset} \right) + \mathbf{i}_0 \quad (6.24)$$

Où :

$$\mathbf{i}_0 = \frac{\sum_{\emptyset=a,b,c} \mathbf{V}_{prim\emptyset}}{\left( 9\mathbf{Z}_{gprim} + \left( \frac{(\mathbf{Z}_{ab} + \mathbf{Z}_{bc} + \mathbf{Z}_{ca})}{9N^2} \right) \right)} \quad (6.25)$$

$\mathbf{A}$  est la matrice de transfert courant, elle est constante pour les transformateurs.

$N$  est le rapport de transformation qui dépend de la position de la prise

Comme la contrainte dépend des courants (primaires et secondaires) et la position de la prise, la matrice Jacobienne doit être calculée par rapport à toutes ces variables d'état (courants et position des prises).

#### 6.4.1 Matrice Jacobienne $C(x)$ pour les courants

Pour les courants primaires, chaque phase donne une matrice identité ( $2 \times 2$ ). Cependant, pour un circuit triphasé, la matrice  $C(x)$  sera une identité de taille ( $6 \times 6$ ).

En ce qui concerne les courants du côté primaire du transformateur, la matrice Jacobienne  $C(x)$  est comme suit:

On dérive le premier terme par rapport aux courants du secondaire et on obtient  $C$ :

$$C_1(x) = \begin{bmatrix} A(1,1) & 0 & A(1,2) & 0 & A(1,3) & 0 \\ 0 & A(1,1) & 0 & A(1,2) & 0 & A(1,3) \\ A(2,1) & 0 & A(2,2) & 0 & A(2,3) & 0 \\ 0 & A(2,1) & 0 & A(2,2) & 0 & A(2,3) \\ A(3,1) & 0 & A(3,2) & 0 & A(3,3) & 0 \\ 0 & A(3,1) & 0 & A(3,2) & 0 & A(3,3) \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

On dérive le deuxième terme:

$$C_2(x) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^3 A(1,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(1,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(1,j) & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^3 A(1,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(1,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(1,j) \\ \sum_{j=1}^3 A(2,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(2,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(2,j) & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^3 A(2,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(2,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(2,j) \\ \sum_{j=1}^3 A(3,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(3,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(3,j) & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^3 A(3,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(3,j) & 0 & \sum_{j=1}^3 A(3,j) \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Finalement la matrice Jacobienne pour un transformateur Ygd avec un transformateur de mis à la terre coté delta est:

$$\mathbf{C}(x) = N \left( -\mathbf{C}_1 + \frac{1}{3} \mathbf{C}_2 \right) \quad (6.28)$$

Pour tout autre transformateur:

$$\mathbf{C}(x) = -N \cdot \mathbf{C}_1 \quad (6.29)$$

### 6.4.2 Matrice Jacobienne $\mathbf{C}(x)$ pour les positions des prises

Il faut d'abord calculer la matrice Jacobienne  $\mathbf{C}(x)$  à chaque terme de l'équation (6.24) séparément. Par la suite, les combiner pour aboutir à la formule générale qui donne la matrice Jacobienne associée à un transformateur et calculée par rapport à la position de la prise.

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} A(1,1) & 0 & A(1,2) & 0 & A(1,3) & 0 \\ 0 & A(1,1) & 0 & A(1,2) & 0 & A(1,3) \\ A(2,1) & 0 & A(2,2) & 0 & A(2,3) & 0 \\ 0 & A(2,1) & 0 & A(2,2) & 0 & A(2,3) \\ A(3,1) & 0 & A(3,2) & 0 & A(3,3) & 0 \\ 0 & A(3,1) & 0 & A(3,2) & 0 & A(3,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Ra} \\ I_{Xa} \\ I_{Rb} \\ I_{Xb} \\ I_{Rc} \\ I_{xc} \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} A(1,1) & 0 & A(1,2) & 0 & A(1,3) & 0 \\ 0 & A(1,1) & 0 & A(1,2) & 0 & A(1,3) \\ A(2,1) & 0 & A(2,2) & 0 & A(2,3) & 0 \\ 0 & A(2,1) & 0 & A(2,2) & 0 & A(2,3) \\ A(3,1) & 0 & A(3,2) & 0 & A(3,3) & 0 \\ 0 & A(3,1) & 0 & A(3,2) & 0 & A(3,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{\emptyset=a}^c I_{R\emptyset} \\ \sum_{\emptyset=a}^c I_{X\emptyset} \\ \sum_{\emptyset=a}^c I_{R\emptyset} \\ \sum_{\emptyset=a}^c I_{X\emptyset} \\ \sum_{\emptyset=a}^c I_{R\emptyset} \\ \sum_{\emptyset=a}^c I_{X\emptyset} \end{bmatrix} \quad (6.31)$$



Pour le troisième terme, on néglige l'impédance de la mise à la terre du transformateur au primaire et on dérive par rapport à  $N$ :

$$C_3 = [9 \times 2 \times N] \begin{bmatrix} Re(V_0/Z_{tot}) \\ Img(V_0/Z_{tot}) \\ Re(V_0/Z_{tot}) \\ Img(V_0/Z_{tot}) \\ Re(V_0/Z_{tot}) \\ Img(V_0/Z_{tot}) \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

Finalement, la matrice Jacobienne pour un transformateur Ygd avec un transformateur de mis à la terre au secondaire est

$$C(x) = \frac{\partial N}{\partial Tap} \left( -C_1 + \frac{1}{3} C_2 - C_3 \right) \quad (6.33)$$

Si le transformateur est d'une configuration Ygd mais sans un transformateur de mis à la terre,  $C_2=0$  :

$$C(x) = -\frac{\partial N}{\partial Tap} (C_1 + C_3) \quad (6.34)$$

pour tout autre configuration  $C_2=C_3=0$

$$C(x) = -\frac{\partial N}{\partial Tap} (C_1) \quad (6.35)$$

Où:

$$Z_{tot} = Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca} \quad (6.36)$$

$V_0$  est calculé comme suit:

$$V_0 = V_{0prev} + dv_{Alpha} \times (V_0 - V_{0prev}) \quad (6.37)$$

La valeur initiale de  $V_{0prev}$  est obtenue par une simple somation des tensions du coté primaire dans l'itération précédentes.

$$V_0 = \sum_{\phi=a,b,c} V_{prim\phi} \quad (6.38)$$

$dv_{Alpha}$ : est un paramètre =0.4

#### 6.4.2.1 Calcul de $\frac{\partial N}{\partial Tap}$

Si le LTC du transformateur est localisé au secondaire du transformateur, le ratio  $N$  est exprimé comme suit:

$$N = N_0(1 + Tap_{sec}\Delta Tap_{sec}) \quad (6.39)$$

La dérivée du ratio  $N$  par rapport à la position de la prise:

$$\frac{\partial N}{\partial Tap} = N_0(\Delta Tap_{sec}) \quad (6.40)$$

Dans le cas où le LTC est localisé au primaire du transformateur:

$$N = \frac{N_0}{(1 + Tap_{prim}\Delta Tap_{prim})} \quad (6.41)$$

La dérivée du ratio par rapport à la position de la prise:

$$\frac{\partial N}{\partial Tap} = \frac{-N_0 \Delta Tap_{prim}}{(1 + \Delta Tap_{prim} \cdot Tap_{prim})^2} \quad (6.42)$$

## 6.5 Régulateurs de tensions

Les régulateurs de tension sont considérés sans pertes. Le contrôle de la tension peut se faire pour les trois phases en même temps ou par phase. Cependant, un régulateur par phase introduit une variable d'état par phase.

La formule qui relie les courants primaires aux secondaires reste semblable à celle des transformateurs:

$$I_{prim} = N \cdot A \cdot I_{sec} \quad (6.43)$$

Contrairement au transformateur, le ratio  $N$  est constant ( $N=1$ ) et la matrice  $A$  est dépendante des positions des prises.

Donc la matrice Jacobienne associée à un régulateur, et calculée par rapport aux courants, reste similaire à celle calculée pour un transformateur. En effet, pour les courants primaires, on

obtient une matrice identité de dimensions  $(6 \times 6)$  pour un circuit triphasé  $((2 \times 2)$  pour chaque phase) et pour les courants des secondaires, il suffit de remplacer  $N=1$  dans l'équation (6.43)

La matrice de passage courant, associé à un régulateur dépend du type du régulateur de tension. Par exemple, pour le type A avec une configuration Yg, sa matrice de passage est:

$$\mathbf{A}_A = \begin{bmatrix} 1 + N_a & 0 & 0 \\ 0 & 1 + N_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 + N_c \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

Où:

$$\begin{aligned} N_a &= \Delta tap_a \cdot Tap_a \\ N_b &= \Delta tap_b \cdot Tap_b \\ N_c &= \Delta tap_c \cdot Tap_c \end{aligned} \quad (6.45)$$

Pour les configurations Yg, les phases sont complètement découplées et les calculs sont simples. Pour le même type de régulateur mais pour une configuration Delta (retard=laging), sa matrice de transfert courants est complexe et elle s'exprime comme suit:

$$\frac{1}{K} \begin{bmatrix} K + N_a - (N_a N_b N_c) & -N_a(1 + N_b) & N_a N_b(1 + N_c) \\ N_b N_c(1 + N_a) & K + N_b - (N_a N_b N_c) & -N_b(1 + N_c) \\ -N_c(1 + N_a) & N_a N_c(1 + N_b) & K + N_c - (N_a N_b N_c) \end{bmatrix} \quad (6.46)$$

Où :  $K = 1 + (N_a N_b N_c)$

Il est à noter que toutes les trois phases sont complètement couplées, ce qui rend le calcul de la Jacobienne par rapport aux positions des prises, très fastidieux.

Dans le présent document, le calcul de la matrice Jacobienne par rapport aux positions des prises, se limite à des régulateurs de configuration Yg.

### 6.5.1 Régulateur de tension type A :

La dérivée de la contrainte d'égalité(  $\mathbf{I}_{prim} - \mathbf{N} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_{sec} = \mathbf{0}$ ) par rapport aux prises donne la matrice Jacobienne suivante:

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = -\frac{\partial \mathbf{A}_A}{\partial \mathbf{T}ap_{abc}} \begin{bmatrix} I_{R-a} \\ I_{X-a} \\ I_{R-b} \\ I_{X-b} \\ I_{R-c} \\ I_{X-c} \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

Finalement, pour un régulateur de type A, la matrice Jacobienne associée aux positions des prises:

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = - \begin{bmatrix} \Delta Tap_a \cdot I_{R-a} & 0 & 0 \\ \Delta Tap_a \cdot I_{X-a} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta Tap_b \cdot I_{R-b} & 0 \\ 0 & \Delta Tap_b \cdot I_{X-b} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta Tap_c \cdot I_{R-c} \\ 0 & 0 & \Delta Tap_c \cdot I_{X-c} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

### 6.5.2 Régulateur de tension type B

Pour un régulateur de tension de type B, la matrice qui relie les courants du primaire au courants du secondaire:

$$\mathbf{A}_B = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-N_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-N_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-N_c} \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

La dérivée de la contrainte de  $\mathbf{A}_B$  par rapport aux prises est comme suit:

$$\frac{\partial \mathbf{A}_B}{\partial \mathbf{T}ap_{abc}} = \begin{bmatrix} \alpha_a & 0 & 0 \\ \alpha_a & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_b & 0 \\ 0 & \alpha_b & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_c \\ 0 & 0 & \alpha_c \end{bmatrix} \quad (6.50)$$

Où:

$$\alpha_a = \frac{\Delta T a p_a}{(1 - \Delta T a p_a \cdot T a p_a)^2} \quad (6.51)$$

$$\alpha_b = \frac{\Delta T a p_b}{(1 - \Delta T a p_b \cdot T a p_b)^2}$$

$$\alpha_c = \frac{\Delta T a p_c}{(1 - \Delta T a p_c \cdot T a p_c)^2}$$

Pour calculer la matrice Jacobienne par rapport aux positions des prises il suffit de remplacer la dérivée obtenu par l'équation (6.51) dans l'équation (6.50).

## 6.6 Contrainte liée à une DG

Le courant délivré aux réseaux par une génératrice distribuée (DG) est généralement équilibré. Cependant, on ajoute deux contraintes pour s'assurer que les amplitudes sur les trois phases soient égales.

Le courant de la génératrice doit être exprimé en fonction des variables d'état. La Figure 6-3, illustre un exemple d'une DG connectée au réseau.

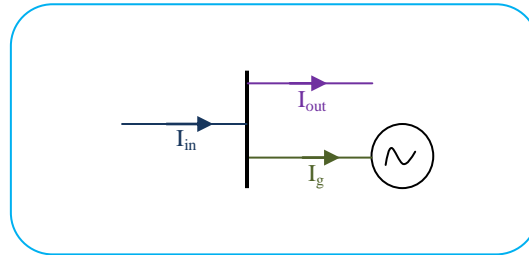


Figure 6-3: Introduction d'une génératrice dans le réseau

Le courant  $I_g$  de la génératrice est exprimé en fonction des variables d'état:

$$I_g = (I_{in} - I_{out}) = \sum_{k=1}^m I_n - \sum_{n=1}^o I_k \quad (6.52)$$

Où:

$k$  est l'indice des branches entrantes (total de  $m$ )

$n$  est l'indice des branches sortantes (total de  $o$ )

L'amplitude du courant délivré par la génératrice doit être la même sur toutes les phases. Les équations suivantes traduisent cette contrainte.

$$[abs(I_{ga})] = [abs(I_{gb})] \quad (6.53)$$

$$[abs(I_{ga})] = [abs(I_{gc})] \quad (6.54)$$

Supposant que l'angle du courant pour une phase  $i$  est noté par  $\varphi_i$

L'équation (6.53) devient équivalente à l'équation ci-dessous :

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^m I_{na} \right) - \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^n I_{ka} \right) \right) \cos \varphi_a \right] \\ & + \left[ \left( \operatorname{Im} \left( \sum_{k=1}^m I_{na} \right) - \operatorname{Im} \left( \sum_{k=1}^n I_{ka} \right) \right) \sin \varphi_a \right] \\ & = \left[ \left( \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^m I_{nb} \right) - \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^n I_{kb} \right) \right) \cos \varphi_b \right] \\ & + \left[ \left( \operatorname{Im} \left( \sum_{k=1}^m I_{nb} \right) - \operatorname{Im} \left( \sum_{k=1}^n I_{kb} \right) \right) \sin \varphi_b \right] \end{aligned} \quad (6.55)$$

De la même façon, on exprime la contrainte associée à l'équation (6.54), en changeant simplement la phase 'a' dans le premier terme de l'équation (6.55) par b et la phase 'b' dans le deuxième terme par la phase c.

On suppose que les angles ne varient pas trop d'une itération à une autre. Alors la matrice Jacobienne pour les courants entrants est:

$$\mathbf{C}^{in} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_a & \sin \varphi_a & -\cos \varphi_b & -\sin \varphi_b & 0 & 0 \\ \cos \varphi_a & \sin \varphi_a & 0 & 0 & -\cos \varphi_c & -\sin \varphi_c \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

Pour les courants sortant:

$$\mathbf{C}^{out} = -\mathbf{C}^{in} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_a & -\sin \varphi_a & \cos \varphi_b & \sin \varphi_b & 0 & 0 \\ -\cos \varphi_a & -\sin \varphi_a & 0 & 0 & \cos \varphi_c & \sin \varphi_c \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

## 6.7 Contraintes additionnelles

Dans le cas où une ramification dans le réseau est sans charge ou dans le cas où elle alimente des charges sur une ou deux phases, il faut ajouter des contraintes pour forcer le courant sur les phases sans charge à une valeur nulle.

La Figure 6-4 illustre un cas d'une branche sans aucune charge, et une autre qui alimente une charge monophasée.

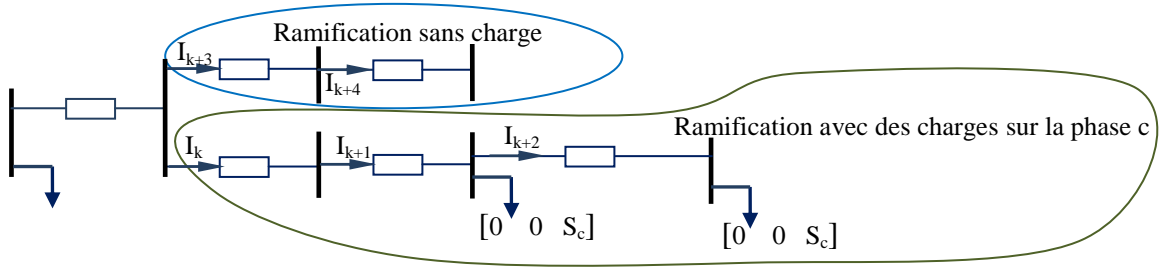


Figure 6-4: Exemple d'un réseau avec des ramifications sans charge

Dans cet exemple, il faut ajouter les contraintes comme ci-dessous:

Pour la branche sans charge, chaque courant doit être égal à zéro:

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(I_{k+3\_a}) \\ \text{Img}(I_{k+3\_a}) \\ \text{Re}(I_{k+3\_b}) \\ \text{Img}(I_{k+3\_b}) \\ \text{Re}(I_{k+3\_c}) \\ \text{Img}(I_{k+3\_c}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.58)$$

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(I_{k+4\_a}) \\ \text{Img}(I_{k+4\_a}) \\ \text{Re}(I_{k+4\_b}) \\ \text{Img}(I_{k+4\_b}) \\ \text{Re}(I_{k+4\_c}) \\ \text{Img}(I_{k+4\_c}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.59)$$

La matrice Jacobienne associée à chacune des branches est une identité de dimension  $(6 \times 6)$ .

Pour la deuxième ramification, la charge est sur la phase  $c$ , donc les courants sur les phases  $a$  et  $b$  doivent être égaux à zéro.

Pour le courant  $I_k$ :

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re}(I_{ka}) \\ \operatorname{Im}(I_{ka}) \\ \operatorname{Re}(I_{kb}) \\ \operatorname{Im}(I_{kb}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.60)$$

La matrice Jacobienne calculée par rapport au courant  $I_k$  est une matrice identité de dimension  $(4 \times 4)$ .

Le même raisonnement est appliqué pour le courant  $I_{k+1}$  et  $I_{k+2}$

Il est à noter que la contrainte zéro-injection est redondante dans ce cas là. L'ajout de cette dernière cause un problème de singularité.



## CHAPITRE 7      QUELQUES EXCEPTIONS À CONSIDÉRER DANS LE BCDSE

### 7.1 Source tension variable

Il est à préciser que la tension de la source est supposée constante et parfaitement équilibrée, ce qui est totalement contradictoire avec la réalité. Surtout que la pluparts des réseaux de distribution sont équipés par des équipements de mesure de tension à la source, et qui donne parfois des tensions complètement différentes à ce qui est supposé. D'ailleurs, c'est la plus importante faiblesse de l'estimateur d'état basé sur les courant des branche et qui a fait l'objet de nombreuse critiques; particulièrement par les auteurs de l'estimateur d'état avec MANA. À cette étape, les outils développés précédemment sont suffisant pour traiter l'incertitude de la source de tension. Le présent chapitre décrit le modèle et les hypothèses qui permettront de représenter correctement une source de tension et comment estimer sa tension.

Dans le cas où des mesures de tension sont installées sur les départs, il est possible d'estimer la tension de source pour chaque réseau par l'introduction de certains équipements fictifs.

Pour modéliser une source de tension variable, on ajoute entre la source et le réseau, une barre fictive. Cette dernière sera reliée à la source par un régulateur de tension (configuration Yg de type A) fictif. La barre fictive est équipée par une mesure de tension avec une très faible précision de mesurage. La tension mesurée est supposée la tension nominale. La charge placée sur chaque départ est nécessaire, mais sa valeur n'a pas d'influence majeure sur les résultats, car les chutes de tension entre la barre fictive et les barres de départ est minime. Cependant, il suffit de mettre une charge moyenne calculée à travers un historique donné, ou simplement prendre la capacité nominale du transformateur qui l'alimente.

La Figure 7-1 illustre le réseau modèle obtenu après l'ajout des éléments fictifs.

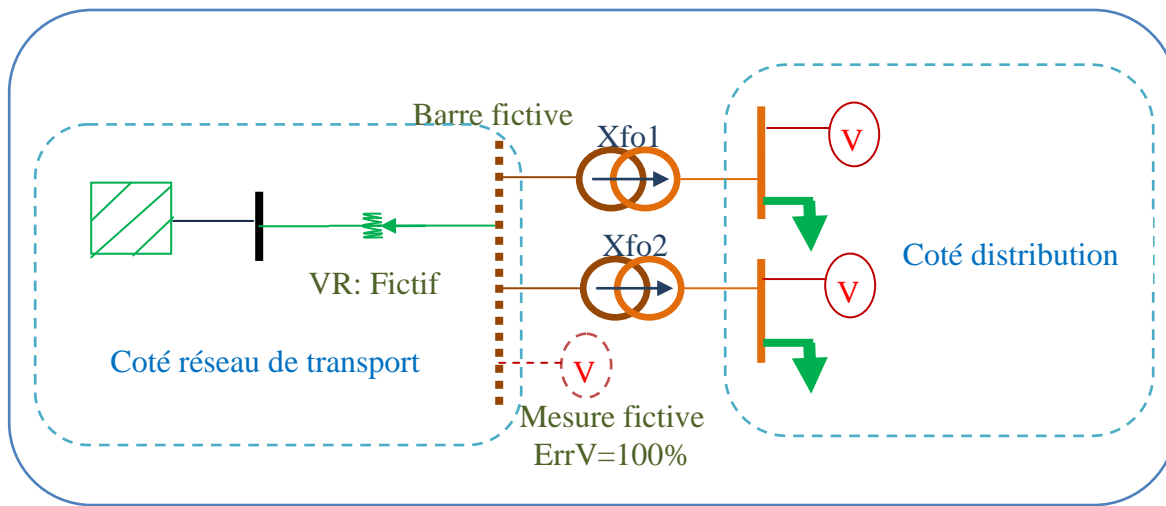


Figure 7-1: Modélisation d'une source variable.

Le micro réseau modèle obtenu est équipé de mesures de tension. Il suffit d'appliquer l'estimateur d'état pour estimer la tension sur la barre fictive. Cette tension est la tension de source à considérer pour le réseau de distribution. Le cas d'un réseau radial, avec des mesures de tension où des transformateurs et/ou des régulateurs de tension sont placés sur le chemin qui mène à la source, est déjà traité dans le chapitre 5. Pour les contraintes introduites par le régulateur et les transformateurs, il suffit d'appliquer les formules appropriées, développées dans le chapitre 6.

## 7.2 Transformateur et régulateur de tension avec une tension de consigne.

Un transformateur ou régulateur de tension avec une tension de consigne devrait être considéré comme une mesure de tension. La mesure est égale à la tension de consigne désirée. La variance de la mesure va dépendre de la bande morte ( $BW$ ). Il est possible de convertir la sensibilité de bande morte à une erreur de mesurage, comme nous allons le montrer ci-dessous.

### 7.2.1 Voltage regulators

La bande morte est exprimée en volts. La variance est exprimée par la formule suivante:

$$\sigma_B^2 = \left( \frac{BW/120}{2} \cdot |V_d| \right)^2 \quad (7.1)$$

$V_d$  : est la tension de consigne.

Pour une mesure de tension, la variance est décrite par la formule (7.1). La tension mesurée est égale à la tension de consigne. Donc il suffit juste de comparer l'équation (7.1) avec (5.2) pour déduire:

$$\left(\frac{BW/120}{2}\right)^2 = \left(\frac{ErrV/100}{3}\right)^2 \quad (7.2)$$

Où:  $BW$  est la bande morte

Finalement, l'erreur de mesure de tension est comme suit:

$$ErrV = 1.25 \times BW \quad (7.3)$$

### 7.2.2 Transformateur

Le même raisonnement est appliqué, et on arrive à la formule qui donne l'erreur de mesurage.

$$ErrV = 1.5 \times (LB + UB) \quad (7.4)$$

Où  $LB$  est la bande inferieure et  $UB$  est la bande supérieur

### 7.2.3 Production Distribuée

La production décentralisée par des installations de petite capacité, est de plus en plus abondante sur les réseaux de distribution. Pour intégrer une production centralisée dans l'estimateur d'état, on considère chaque unité comme une charge négative égale à sa production nominale. Donc elle sera traitée exactement comme une charge ordinaire. Pour avoir la même amplitude de courant sur les trois phases, il suffit d'ajouter les contraintes appropriées développées dans le chapitre 6.

## CHAPITRE 8 DÉTECTION ET CORRECTION DES ERREURS DE MESURES

La détection, l'identification et l'élimination des erreurs qui sont liées aux appareils de mesures et au modèle du réseau ou à ses paramètres, sont les principales fonctions d'un estimateur d'état [13].

Le présent chapitre traite ces principales fonctions de l'estimateur d'état.

### 8.1 Détection et identification des erreurs

Les mesures peuvent être entachées d'erreurs pour plusieurs raisons. La précision des appareils n'est jamais parfaite, ce qui engendre des erreurs aléatoires. Une défaillance d'équipement ou de connexion peuvent être à l'origine des erreurs grossières. Aussi, la défaillance du système de télécommunication ou la présence des bruits dus aux phénomènes d'interférences, perturbe considérablement les données obtenues. En plus de ces problèmes, l'estimateur d'état peut être confronté à une information erronée concernant la topologie du réseau [13].

Une mesure soupçonnée d'être erronée, peut être écartée sans confisquer l'observabilité du système. En effet, le fait d'introduire les charges comme des pseudo-mesures, le système demeure hautement observable.

La détection des erreurs nécessite la résolution du problème WLS et par la suite l'application du test  $\chi^2$  ou les propriétés de la loi gaussienne associée aux erreurs de mesurage.

#### 8.1.1 Test Khi-deux pour la détection des données erronées

L'erreur de mesurage est supposée une variable aléatoire gaussienne avec une moyenne nulle et une variance  $\sigma_{ii}^2$

$$e_i \sim N(0, \sigma_{ii}^2) \quad (8.1)$$

Donc :

$$\frac{e_i}{\sigma_{ii}} \sim N(0, 1) \quad (8.2)$$

Par conséquent la fonction  $f(x)$  définie comme une somme d'une variable au carrée et qui est distribuée selon la loi  $N(0, 1)$ , est une distribution  $\chi^2$  avec un degré de liberté  $(m-n)$ , où  $m$  est le nombre total des mesures et pseudo mesures et  $n$  est le nombre total des variables d'état.

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{e_i}{\sigma_{ii}} \right)^2 \quad (8.3)$$

La table associée à la distribution Khi-deux avec un intervalle de confiance avec un seuil de  $p$  (en général  $p=95\%$ ) est utilisée pour avoir la valeur correspondante  $\chi^2_{(m-n),p}$ .

Finalement, si  $f(x) \geq \chi^2_{(m-n),p}$  alors on suspecte la présence d'erreur dans les données de mesures obtenues.

Dans le cas contraire, les mesures obtenues sont supposées acceptables.

### 8.1.2 Utilisation des propriétés de la loi gaussienne

Pour une distribution gaussienne, 99% de la population se trouve dans l'intervalle  $[-3\sigma, +3\sigma]$ . Donc, on peut soupçonner un problème provenant de la  $i^{\text{ème}}$  mesure à une probabilité de 99% si:

$$\frac{|e_i|}{3\sigma_{ii}} \geq 1 \quad (8.4)$$

Où:

$$\frac{|e_i|}{3\sigma_{ii}} = \frac{|z_i - h_i(x)|}{3\sigma_{ii}} \quad (8.5)$$

Pour plus de restriction, il est possible de choisir un intervalle plus restreint. À titre d'exemple, l'intervalle  $[-2\sigma, +2\sigma]$  couvre 95% de la population.

Il est possible soit de la corriger, soit de l'écarter carrément une mesure soupçonnée dans le processus d'estimation. La correction sert à ramener cette mesure dans l'intervalle  $[-3\sigma, +3\sigma]$ . Pour y arriver, il suffit d'utiliser l'équation (8.5)

$$\begin{cases} z_j = h_j(x) - 3\sigma_{ii} & \text{if } z_j - h_j(x) \leq 0 \\ z_j = h_j(x) + 3\sigma_{ii} & \text{if } z_j - h_j(x) \geq 0 \end{cases} \quad (8.6)$$

## CHAPITRE 9 TESTS ET RÉSULTATS

Le BCDSE a été testé initialement sur plusieurs prototypes de petits réseaux de distribution. Pour chaque test, à partir d'une situation de charge donnée, un écoulement de puissance est exécuté afin de déterminer l'état du réseau, et en particulier les grandeurs physiques à chaque endroit où une mesure est localisée. Les valeurs obtenues par la répartition de puissance sont considérées comme des mesures exactes et les charge sont considérées comme des pseudo mesures exactes.

Cependant, pour se rapprocher de la réalité, les mesures réelles sont perturbées selon une loi gaussienne d'une moyenne égale à la mesure et un écart type égale à un tiers de l'erreur de mesure. Ces données perturbées sont fournies à l'estimateur d'état qui devrait ramener le système proche de l'état initial. Quant aux pseudo-mesures (les charges), le BCDSE s'initialise avec les celles de l'allocation de charge. Comme les mesures ne sont pas en abondance dans les réseaux de distribution, alors pour vérifier l'efficience du BCDSE, il ne suffit pas de se contenter d'une seule simulation. Dans le présent travail, une série de 5 tests sont lancés, et à chaque simulation, la tension en amplitude à chaque barre et à chaque phase est relevée. Par la suite une moyenne est calculée sur les cinq tests. Pour chaque moyenne, un test d'hypothèse est effectué pour vérifier si ce résultat devrait être accepté ou rejeté. Les résultats du BCDSE sont acceptables si toutes les moyennes passent le test d'hypothèse avec succès.

Le test d'hypothèse consiste à tester la moyenne  $V$  d'une série de simulations avec un écart type connue. En général, une erreur inférieure à 1V(base 120V) est acceptable, et toujours dans le souci de couvrir le maximum des cas, alors on choisi l'écart type qui vérifie l'équation 9.1:

$$3\sigma = 1V \quad (8.1)$$

Ce choix  $\sigma = 1/3$ , nous permet de couvrir 99% des cas d'après les propriétés de la loi gaussienne.

La formulation de l'hypothèse nulle  $H_0$  et l'hypothèse alternative  $H_1$  est comme suit

$$H_0: \bar{V} = z_r \text{ vs } H_1: \bar{V} \neq z_r \quad (8.2)$$

Où:

$\bar{V}$  est l'amplitude moyenne de l'ensemble des simulations à une phase d'une barre donnée.

$z_r$  est l'amplitude de la tension du cas de référence (considérée comme mesure exacte) à la même phase et à la même barre

La statistique du test lorsque  $\sigma$  est connue:

$$Z_s = \sqrt{n} \frac{\bar{V} - z_r}{\sigma} \quad (8.3)$$

Où  $n$  est la taille de l'échantillon qui correspond au nombre de simulations

Pour le seuil de signification  $\alpha$  du test est  $\alpha = 5\%$

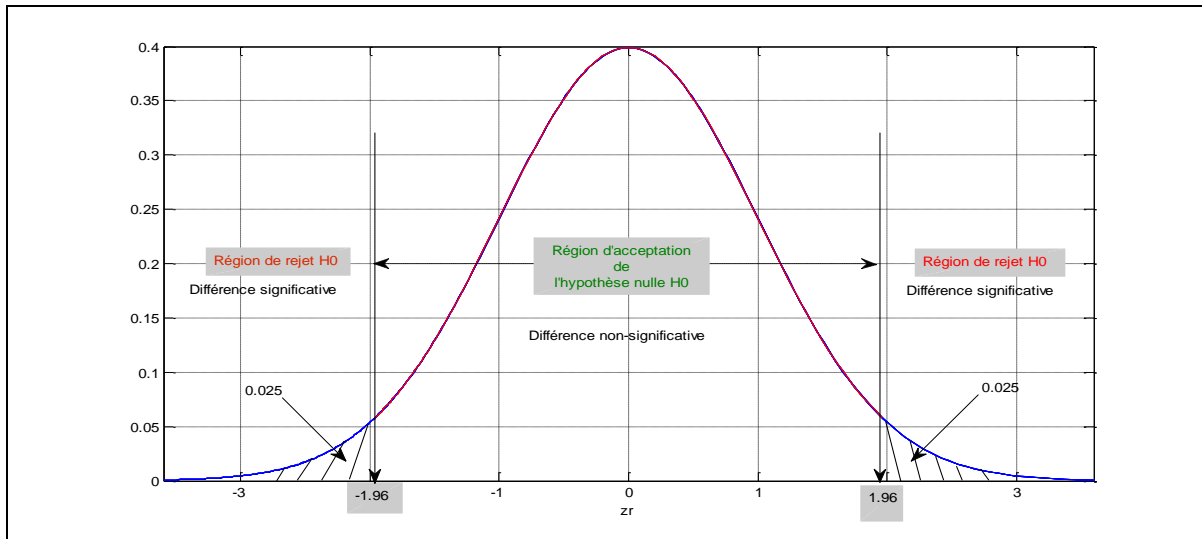


Figure 9-1: Test bilatéral à un seuil de 5%

Si la statistique  $Z_s$  se trouve dans l'intervalle de confiance ( $Z \in ]-1.96 \ 1.96[$ ), alors l'hypothèse nulle est acceptée. Ceci signifie que la tension en amplitude fournie par le BCDSE est identique à la tension du cas de référence à 95%.

Dans le présent chapitre, des résultats concernant deux prototypes sont présentés. Pour ces cas, le BCDSE est implémenté dans Matlab2010.

A la fin de ce chapitre, un exemple d'un réseau de distribution réel est testé après avoir implémenté le BCDSE dans le logiciel CYMDIST.

## 9.1 Réseaux prototypes

Le test s'est porté sur plusieurs prototypes de réseaux. Le cas le plus simple, est un réseau radial sans boucle, sans condensateurs ou self, sans transformateurs ou régulateurs de tension et sans aucune génération distribuée. Au fur et à mesure, la complexité augmente par l'ajout des éléments afin de couvrir toute la réalité des réseaux de distribution. Dans le présent document, on se contente de présenter deux réseaux test. Un cas simple composé d'une source, trois lignes et trois charges. Le deuxième cas est caractérisé par l'ajout d'une boucle avec deux régulateurs de tension à l'intérieur et de plus un transformateur et un condensateur sont ajoutés. Dans tout les cas de test, les mesures de tensions sont les plus précises (avec une erreur de 2% à 1%). Les mesures de flux et de courant, l'erreur est estimée à 5%. Pour les pseudo-mesures P et Q, l'erreur est de 55%. Quant au ratio lié au facteur de puissance Q/P, l'erreur est supposée de 20%.

### 9.1.1 Premier cas

Le premier cas est un réseau très simple. Il est composé d'une source, trois lignes et trois charges. Trois mesures réelles sont installées dans ce réseau. Une mesure de flux à la source, une mesure de courant en amplitude et une mesure de tension. Les courants  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  sont les variables d'état. Chacune des phases, donne deux variables d'état, la partie réelle et la partie imaginaire. La Figure 9-2 illustre le cas en question.

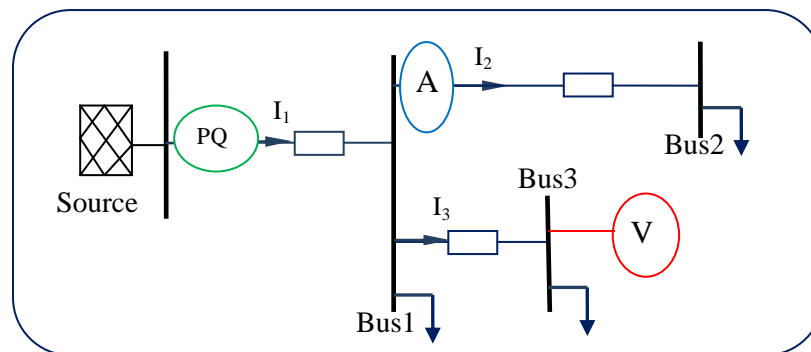


Figure 9-2: Réseau test simple: premier cas

État de référence: l'état de référence est un état du réseau identifié par l'écoulement de puissance pour une charge connue. Les grandeurs physiques telles que le courant, la tension et le flux aux emplacements des mesures sont considérées des mesures exactes. Avant qu'elles soient introduite dans le modèle de l'estimateur d'états, ces mesures sont perturbées. Par la suite l'estimateur d'état devra se rapprocher le mieux possible de l'état de référence. Le Tableau 9-1 définit cet état.



Tableau 9-1: État de référence

	Charge et tension (kW, kVAr et V)								
	(Bus1)			(Bus2)			(Bus2)		
Phase	P	Q	kV	P	Q	V	P	Q	V
a	269.9	103.4	115.6	82.8	34.9	114.8	35	13	115.2
b	330.4	139.8	115.0	69.7	29.5	114.3	35	13	114.6
c	221.7	85.2	116.5	89.7	37.9	115.6	35	13	116.1

Les Tableaux 9-2 , 9-3 et 9-4 donnent les mesures exactes issues du l'écoulement de puissance et celles qui sont perturbées et qui seront transmises au BCDSE. Les mesures de flux sont en *kW*, *kVAr*, les mesures de courants sont en ampères et les mesures de tension sont en kilovolts.

Tableau 9-2: mesure de flux PQ (exacte et perturbée)

	Mesure PQ exacte		Mesure PQ perturbée pour chaque simulation									
Phase	P(kW)	Q(kVAr)	(1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
a	400	160	39	160	405	162	403	161	400	162	407	165
b	450	196	45	203	454	190	460	193	461	201	451	196
c	356	144	35	145	351	143	363	145	367	142	355	148

Tableau 9-3: Mesure de courant (exacte et perturbée)

	Mesure exacte	Mesure de courant perturbée pour chaque simulation				
Phase	en amplitude(A)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
a	13	13,19	12,81	13,23	13,15	13,03
b	11	10,83	11,22	11,11	10,77	10,96
c	14	14,20	14,00	14,22	14,10	13,76

Tableau 9-4: Mesure de tension (exacte et perturbée)

Phase	Mesure exacte amplitude (kV)	Mesure de tension perturbée pour chaque simulation				
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
a	6,914	6,955	6,912	6,972	6,930	6,899
b	6,878	6,817	6,914	6,826	6,821	6,951
c	6,968	6,981	6,894	6,918	6,933	6,988

Le Tableau 9-5 donne les résultats fournis par le BCDSE pour les cinq simulations.

Tableau 9-5: Résultats des simulations

Simulations	Barres	Phase a(kV)	Phase b(kV)	Phase c(kV)
Simulation (1)	Bus1	6,937	6,893	6,993
	Bus2	6,893	6,854	6,936
	Bus3	6,893	6,843	6,946
Simulation (2)	Bus1	6,931	6,904	6,992
	Bus2	6,887	6,864	6,936
	Bus3	6,886	6,857	6,943
Simulation (3)	Bus1	6,934	6,897	6,986
	Bus2	6,891	6,857	6,929
	Bus3	6,891	6,847	6,937
Simulation (4)	Bus1	6,937	6,891	6,987
	Bus2	6,893	6,852	6,93
	Bus3	6,893	6,842	6,938
Simulation (5)	Bus1	6,929	6,903	6,989
	Bus2	6,885	6,864	6,933
	Bus3	6,883	6,856	6,942

Le Tableau 9-6 donne la valeur moyenne de la tension en amplitude et dans la base 120V ainsi que les tensions du cas de référence.

Tableau 9-6: Les tensions pour le cas de référence et celles issues des 5 simulations

Tension: cas références ( $z_r$ ) base 120V			Tension moyenne ( $\bar{V}$ : base 120V)		
Bus1	Bus2	Bus3	Bus1	Bus2	Bus3
115,63	114,82	115,24	115,56	114,83	114,83
115,04	114,3	114,63	114,96	114,31	114,16
116,64	115,59	116,14	116,50	115,55	115,69

L'évaluation de la statistique Z pour la prise de décision est présentée dans le Tableau 9-7

Tableau 9-7: Évaluation de la statistique  $Z_s$

Calcul de la statistique $Z_s$		
Bus1	Bus2	Bus3
-0,4443	0,0965	-2,7813
-0,5049	0,0739	-3,1573
-0,9672	-0,2520	-3,0001

Au niveau de la barre 3, la valeur de  $Z_s$  est largement au dessous du seuil inférieur (-1.96) de l'intervalle de confiance. Cependant, pour la barre 3 et pour les trois phases, l'hypothèse nulle est rejetée. En d'autres termes, la moyenne évaluée à partir des 5 simulations ne représente pas la valeur du cas de référence. Le BCDSE a échoué partiellement d'atteindre l'état initial qui est le cas de référence. L'échec au niveau de la barre 3 est dû principalement à la précision de la mesure de tension installée à cet endroit. L'erreur de 2% pour une tension autour de 7.2kV, conduit à des variances relativement importantes, ce qui donne de faibles coefficients pour les termes de tension dans la fonction objective. Comme il s'agit d'un problème de minimisation, alors le modèle ne se penche pas de rapprocher d'avantage les tensions estimées sur les trois phases aux tensions mesurées.

L'exemple actuel est repris avec une réduction de 50% sur l'erreur de mesurage de la tension. La nouvelle valeur de l'erreur est de 1% et elle est conservée pour le reste des exemples.

Les résultats du BCDSE avec une modification de l'erreur de mesurage de la tension(1% au lieu de 2%) passent le test d'hypothèses avec succès comme le montre le Tableau 9-8.

Tableau 9-8: Évaluation de la statistique  $Z_s$  avec plus de précision sur la tension (1%).

Calcul de la statistique $Z_s$		
Bus1	Bus2	Bus3
0,3526	0,1166	1,7437
0,4007	0,6329	1,0083
1,0745	0,2319	1,7232

Toutes les valeurs du Tableau 9-8 sont comprises dans l'intervalle de confiance ( $-1.96 \leq Z_s \leq 1.96$ ). A cet effet les résultats obtenus par les BCDSE sont acceptables.

### 9.1.2 Deuxième Cas

Le deuxième cas est un prototype de réseau très proche de la réalité, où on trouve tout les éléments d'un réseau de distribution (condensateurs, transformateurs, régulateurs de tension, etc.). De plus, cet exemple, sert à examiner la présence d'une boucle avec des régulateurs de tensions dedans. La Figure 9-3 illustre la configuration du réseau choisi pour cet objectif.

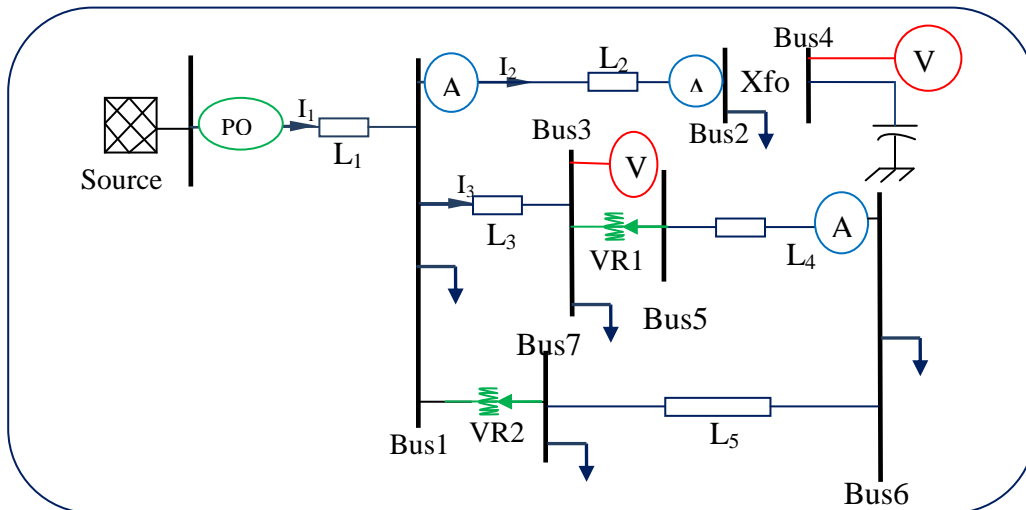


Figure 9-3: Configuration du deuxième réseau test.

La même démarche est appliquée dans ce deuxième exemple. Les résultats finaux sont présentés dans le Tableau 9-10.

Tableau 9-9: Les tensions du cas de référence et les moyennes issues des simulations.

Tension: cas références ( $z_r$ )						
Bus1	Bus2	Bus3	Bus4	Bus5	Bus6	Bus7
113,67	112,55	112,45	117,9	120,0	120,00	120,00
113,93	113,04	113,05	118,4	120,0	120,00	120,00
114,85	114,11	113,76	119,6	120,0	120,00	120,00
Tension moyenne ( $\bar{V}$ )						
Bus1	Bus2	Bus3	Bus4	Bus5	Bus6	Bus7
113,69	112,52	112,55	117,9	120,1	119,49	119,99
113,93	113,00	112,92	118,4	120,1	119,84	119,98
114,69	113,92	113,48	119,3	120,1	119,92	119,93

Tableau 9-10: La statistique  $Z_s$  évaluée à chaque phase de chaque barre du réseau.

Calcul de la statistique $Z_s$						
Bus1	Bus2	Bus3	Bus4	Bus5	Bus6	Bus7
0,1758	-0,2308	0,6829	-0,3587	0,7650	-3,4507	-0,0389
0,0215	-0,2724	-0,8519	-0,3766	0,6532	-1,0425	-0,1154
-1,0733	-1,2920	-1,8811	-1,0715	0,8321	-0,5219	-0,4468

En général, les résultats issus du BCDSE sont acceptables. A part l'amplitude de la phase a à la barre 6, toutes les valeurs du Tableau 9-10, se trouvent à l'intérieur de l'intervalle de confiance. Avec plus de précision sur la mesure de tension à la barre 3 et la mesure de courant située sur la ligne 4, la tension à la barre6 sur la phase a, passera aisément le test d'hypothèse.

La densité de la matrice Hachtel augmentée du système linéaire donnée par l'équation (3.16) est illustrée par la Figure 9-4.

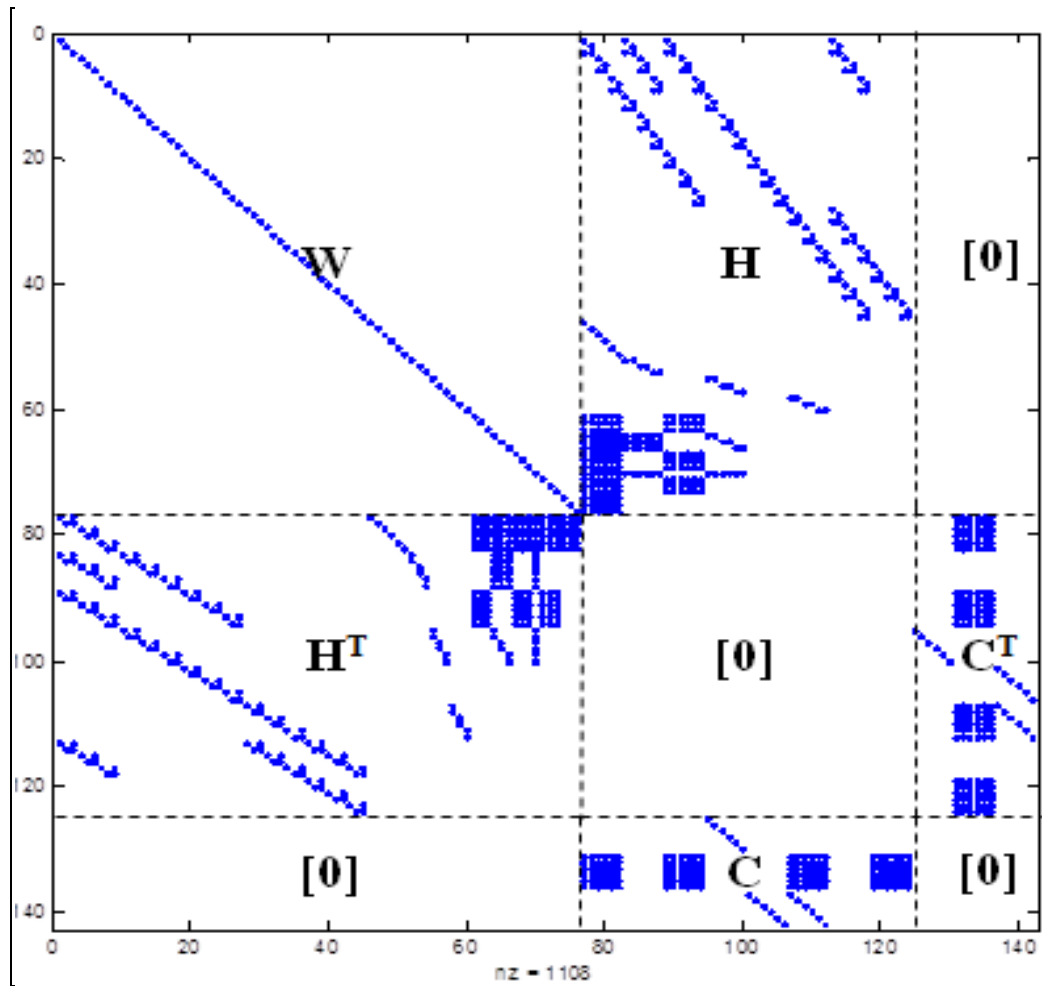


Figure 9-4: Densité de la matrice Hachtel augmentée pour l'exemple précédent

## 9.2 Cas d'un réseau réel

Le BCDSE est implémenté dans CYMDIST. Il a été testé sur de nombreux réseaux de distributions d'Hydro-Québec et il a donné une grande satisfaction.

La Figure 9-5 ci-dessous, illustre un cas d'un réseau réel avec quelques ajouts pour augmenter sa taille et l'équiper de mesures. Il est à noter que les capacités connectées des charges du réseau en antenne (la partie gauche qui est raccordés au réseau à travers un disjoncteur) sont relativement élevées. À cet effet, l'allocation de charge va allouer une bonne partie des flux mesurés à cette partie du réseau, ce qui va engendrer un plan de tension dégradé dans cette région. Le BCDSE va se baser sur les mesures de tension pour rectifier les lacunes de l'allocation de charge. Les mesures introduites pour les deux applications sont des mesures exactes (sans perturbations).

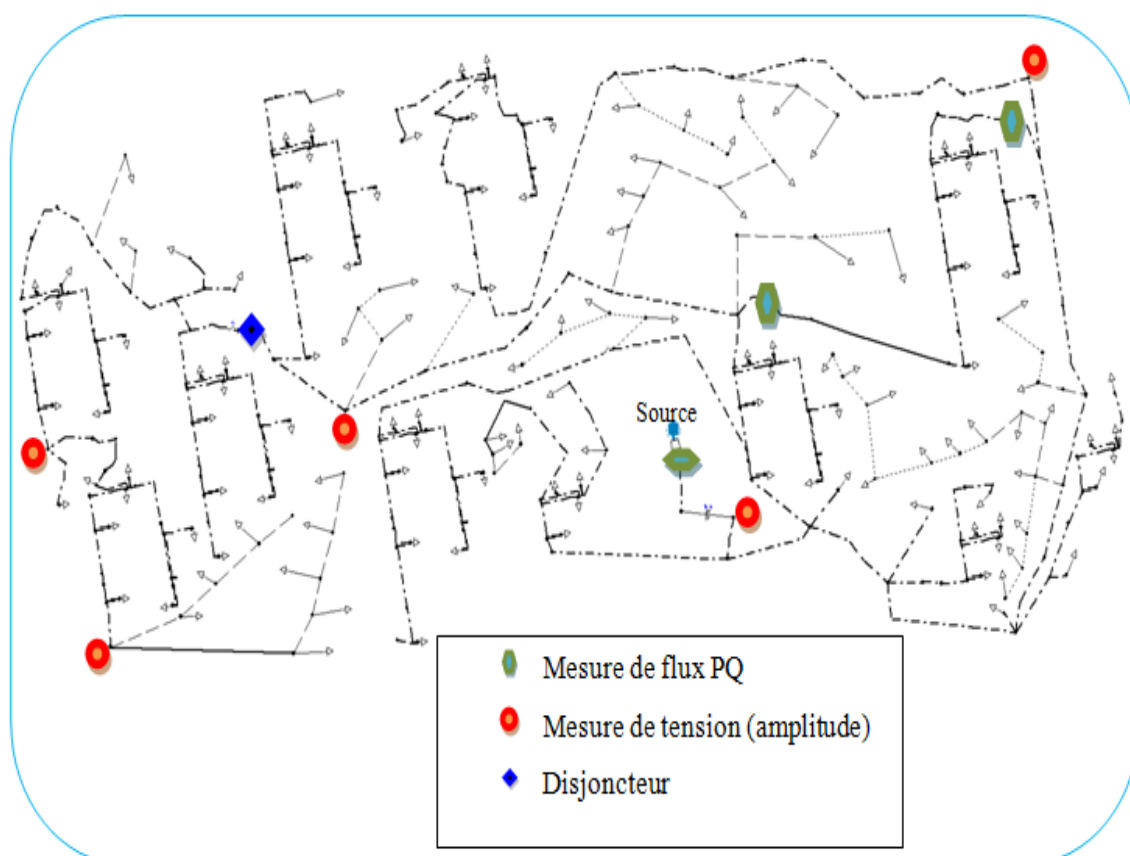


Figure 9-5: Cas d'un réseau réel

La Figure 9-6, illustre les paramètres de l'estimateur d'état:

Accuracy of Loads			
	kW (%)	kVar (%)	PF (%)
A	80.0	80.0	20.0
B	80.0	80.0	20.0
C	80.0	80.0	20.0

Accuracy of Generators	
	(%)
P	45.0
Q	45.0

Convergence parameters	
Tolerance :	0.01 % (V)
Max Iterations :	200
<input type="checkbox"/> Run Load Flow After DSE	
<input type="checkbox"/> Source Adjustment	

Figure 9-6: Paramètres du BCDSE

La base 120V a été choisie pour comparer le profil de tension du cas de référence avec celui du LA et du BCDSE. La Figure 9-7 illustre la différence entre le cas de référence et les résultats issus du LA et du BCDSE.

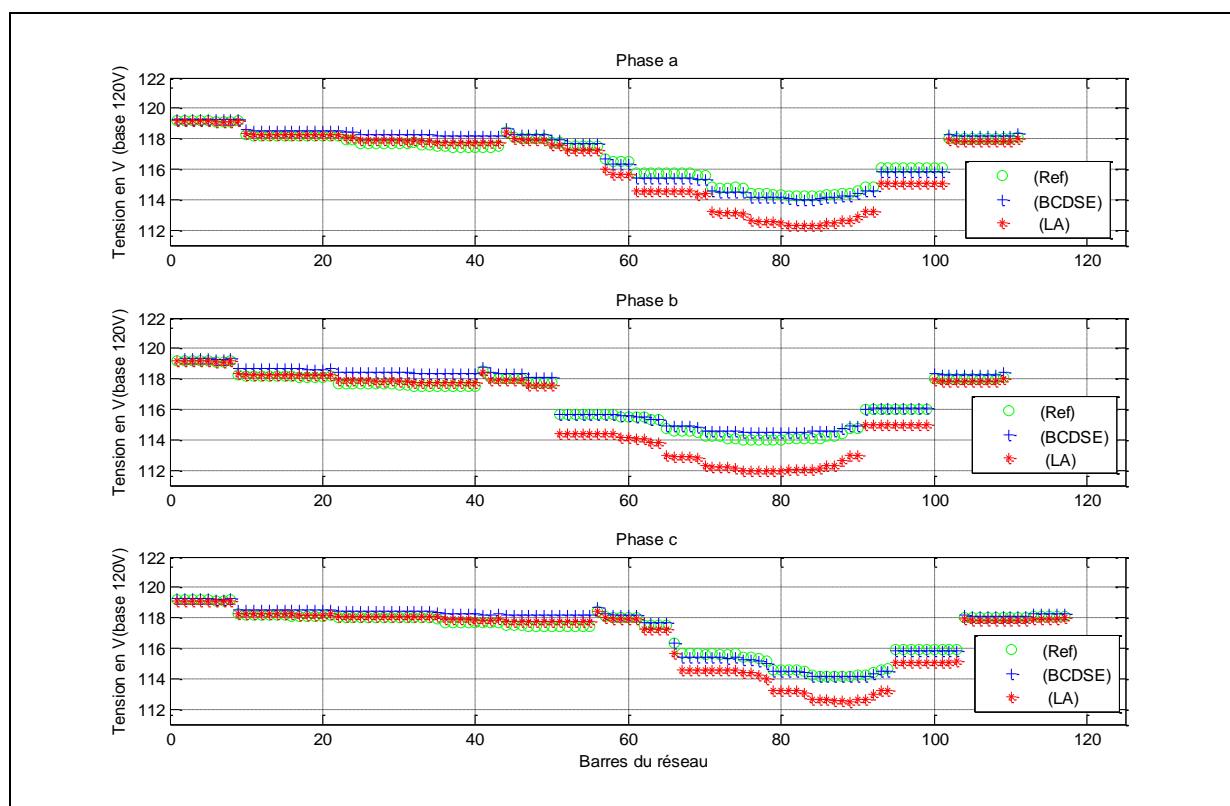


Figure 9-7: Les tensions issues du LA et BCDSE par rapport au cas de référence.



Sur l'ensemble du réseau, le BCDSE se rapproche du cas de référence mieux que le LA. Le BCDSE donne des écarts de tension par rapport au cas de référence qui ne dépassent pas 1V sur une base 120V, ce qui est très acceptable. Par contre, l'allocation de charge donne des écarts qui dépassent largement le seuil  $\pm 1V$ . Les écarts les plus importants du LA par rapport au cas de référence, sont enregistrés dans les parties du réseau où il y a que des mesures de tension. Ceci est tout à fait logique, car le LA se base principalement sur la capacité connectée dans le présent cas. Comme ces capacités sont élevées, alors elles auront plus de poids dans l'allocation. Les mesures de tension n'ont pas d'incidence dans l'allocation de charge car ces dernières ne sont pas traitées par le LA.

Contrairement au BCDSE, le LA ne tient pas compte des erreurs de mesures. Cependant, le fait d'introduire des mesures exactes pour les simulations, les résultats du LA étaient très proches du cas de référence dans les parties du réseau où il y a que des mesures de flux et de courant.

## CHAPITRE 10 CONCLUSION

La contribution de ce travail est le développement d'un estimateur d'état adapté aux caractéristiques des réseaux de distribution. Cet outil de calcul, comblera les lacunes de l'allocation de charge, qui est un outil typiquement utilisé dans les logiciels de planification de réseaux de distribution. L'estimateur d'état doit remplacer ou compléter l'allocation de charge pour la réalisation des études de planification d'une façon plus précise. Il peut aussi être intégré pour effectuer la conduite des réseaux de distribution en temps réel.

Le développement pour les réseaux de distributions, d'un estimateur d'état basé sur les courants, donne des matrices plus stables numériquement. Contrairement aux réseaux de transport, les longueurs des lignes dans les réseaux de distribution ne sont pas homogènes. À cet effet, l'estimateur d'état basé sur les tensions comme variables d'états donne une matrice Hachtel augmentée mal conditionnée.

L'estimateur d'état est un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes, cependant les valeurs complexes doivent être traitées soit comme partie réelle et imaginaire soit comme module et angle. Dans le présent travail, il est plus simple de prendre la partie réelle et imaginaire.

Les trois contributions majeures s'énumèrent comme suit:

- L'intégration des transformateurs et des régulateurs dans le réseau et particulièrement dans les boucles,
- L'ajout d'une contrainte pour chaque transformateur ou régulateur de tension. Ceci permet de simplifier les calculs, surtout quand des pseudo-mesures (charges) sont connectées au primaire ou au secondaire.
- L'ajout d'un facteur  $Q/P$  pour les pseudo-mesures comme étant une mesure avec plus de précision. Ceci améliore considérablement la qualité de résultats.

Bien que les tests du BCDSE sur de nombreux réseaux réels par Hydro-Québec ont donné une très bonne satisfaction, il serait réaliste d'explorer la possibilité d'intégrer les

contraintes d'inégalité pour limiter la production en active et en réactive des génératrices dans les réseaux à titre d'exemple.

## RÉFÉRENCES

- [1] R. Hoffman, "Practical State Estimation for Electric Distribution Networks", Power Systems Conference and Exposition, Nov. 2006, pp.510-517
- [2] R. Gelagaev, P. Vermeyen and J. Driesen, "State estimation in distribution grid", IEEE, 2008
- [3] C. N. Lu J. H. Teng and W.-H. E. Liu, "Distribution System State Estimation", IEEE *Trans. Power Syst.*, vol10, N°1, February 1994.
- [4] M. Houari, I. Kocar, F. Therien and J. S. Lacroix, "Treatment of Transformers and Voltage Regulators in Branch Current State Estimator for Distribution Networks", IEEE PES General Meeting, July 2013, Vancouver, BC, Canada.
- [5] Mesut E. Baran, 'State estimation for real-time monitoring of distribution systems', IEEE *Trans. Power Syst.*, 1994 winter meeting, paper no:235-2-PWRS.
- [6] Mesut E. Baran and Arthur W. Kelley, 'A branch-current-based state estimation for distribution systems', *IEEE Trans. Power Syst.*, 1995, 10, (1), pp. 483-491
- [7] Mesut E. Baran, Jaesung Jung, Thomas E. McDermott 'Including Voltage Measurements in Branch Current State Estimation for Distribution Networks ', Power & Energy Society General Meeting, 2009.
- [8] D.Thukaram, J.Jerome, C.Surapong. "A robust three-phase state estimation algorithm for distribution networks", Electric Power Systems Research, Nov.1999, pp.191-200
- [9] M.K. Celik, W.-H.E. Liu. "A practical distribution state calculation algorithm", Power Engineering Society Winter Meeting, Vol 1, Feb 1999,pp.442-447
- [10] I. Roytelman and S.M. Shahidehpour, "State Estimation For Electric Power Distribution Systems in Quasi Real-Time Conditions," IEEE *Trans. on Power Delivery*, Vol 8, Oct 1993, pp. 2009-2015

- [11] J.-H.Teng, ‘Using voltage measurements to improve the results of branch-current-based state estimation for distribution systems’, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Nov. 2002
- [12] A. E. Ghosh, D.L. Lubkeman, R.H. Jones ‘Load Modeling for Distribution Circuit State Estimation ’, *IEEE Transaction on Power Delivery*. Vol. 12, No.2, April 1997.
- [13] A.Abur and G.A. Expósito, ‘Power system State Estimation’, Marsel Dekker, Inc
- [14] K. A. Clements, P. W. Davis K. D. Frey “Treatment of Inequality Constraints in Power System State Estimation”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol 10, N° 2, May 1995.
- [15] P. Kundur, P. W. Davis K. D. Frey “ Power System Analysis”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol 10, N° 2, May 1995.
- [16] Chapitre 8, La Méthode du Maximum Vraisemblance, disponible : <http://russell.vcharite.univ-mrs.fr/EIE/fchap8.pdf> [consulté le 21 février 2013 ]
- [17] A. Gjelsvik, S. Aam, L. Holten “Hachtel’s Augmented Matrix Method – A Rapid Method Improving numerical Stability In System Static State Estimator”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-104, N° 11, November 1985.
- [18] F. A. Potra, S. J. Wright “Interior –Point Methodes”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124, (2000), 281-302.
- [19] J. S. Lacroix “Multiphase Short-Circuit Analysis Solver in Time Domain Using a Modified-Augmented-Nodal-Analysis Approach”, *Mémoire de Maitrise*.
- [20] W.H Kersting, W. H. Philips “ Load Allocation Based Upon Automatic Meter Reading ”, *IEEE* 2008
- [21] Y. Deng, B. Zhang “ A Branch-Estimator-Based State Estimation Method for Radial Distribution System”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol 17, N° 4, October 2002
- [22] Mesut E. Baran, ‘Challenges in State Estimation on Distribution Systems’, *IEEE* 2001.

- [23] R. Singh, B.C. Pal, R.A. Jabr 'Choice of estimator for distribution System state estimation', IET Gener. Transm. Distrib., 2009, Vol. 3. pp. 666–678
- [24] F. Therrien, I. Kocar, J. Jatskevich 'A Unified Distribution System State Estimator Using the Concept of Augmented Matrices', IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 28, N° 3, August 2013.

## BIBLIOGRAPHIE

E. Kreyszig (1999). *Advanced Engineering Mathematics* (8<sup>e</sup> éd.). John Wiley & Sons, Inc.

S. C. Chapra et R. P. Canale (2010). *Numerical Methods for Engineers* (6<sup>e</sup> éd.). McGraw-Hill.

## ANNEXE 1– Contraintes liées aux régulateurs de tension avec la configuration delta fermée: Calcul de la matrice Jacobienne par rapport aux positions de prises

Les régulateurs de tension dont la configuration Yg (type A et B), sont déjà traités en détail dans le chapitre 6 qui concernent les contraintes. Quant à la configuration delta, elle est traitée en détail dans cette partie du document.

Quelque soit le type, les paramètres  $N_a$ ,  $N_b$  et  $N_c$  sont exprimés comme suit:

$$N_a = 1 + tap_a(\Delta tap_a)$$

$$N_b = 1 + tap_b(\Delta tap_b)$$

$$N_c = 1 + tap_c(\Delta tap_c)$$

Type A: delta

Connexion fermée (Lagging):

La matrice  $V_{NVM}$  est:

$$V_{NVM} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} K + N_a - (N_a N_b N_c) & -N_a(N_b + 1) & N_a N_b(N_c + 1) \\ N_b N_c(N_a + 1) & K + N_b - (N_a N_b N_c) & -N_b(N_c + 1) \\ -N_c(N_a + 1) & N_a N_c(N_b + 1) & K + N_c - (N_a N_b N_c) \end{bmatrix}$$

Avec:

$$K = 1 + (N_a N_b N_c)$$

La matrice Jacobienne  $C_j$  est

Phase a:

$$C_j = \begin{bmatrix} [C_j^a]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [C_j^a]_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$



Où:

$$C_j^a = K_a \begin{bmatrix} K_a + \Delta tap_a(1 - N_b N_c) & -\Delta tap_a(1 + N_b) & \Delta tap_a(1 + N_c)N_b \\ \Delta tap_a(N_b N_c) & K_a - \Delta tap_a(N_b N_c) & 0 \\ -\Delta tap_a(N_c) & \Delta tap_a(1 + N_b)N_c & K_a - \Delta tap_a(N_b N_c) \end{bmatrix}$$

Avec:

$$K_a = -\frac{\Delta tap_a(N_b N_c)}{(1 + (N_a N_b N_c))^2}$$

Phase b:

$$C_j = \begin{bmatrix} [C_j^b]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [C_j^b]_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

Où:

$$C_j^b = K_b \begin{bmatrix} K_b - \Delta tap_b(N_a N_c) & -\Delta tap_b(N_a) & \Delta tap_b(1 + N_c)N_a \\ \Delta tap_b(1 + N_a)N_c & K_b + \Delta tap_b(1 - N_a N_c) & -\Delta tap_b(1 + N_c) \\ 0 & \Delta tap_b(N_c N_a) & K_b - \Delta tap_b(N_a N_c) \end{bmatrix}$$

Avec:

$$K_a = -\frac{\Delta tap_b(N_a N_c)}{(1 + (N_a N_b N_c))^2}$$

Phase c:

$$C_j = \begin{bmatrix} [C_j^c]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [C_j^c]_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

Où:

$$C_j^c = K_c \begin{bmatrix} K_c - \Delta tap_c(N_a N_b) & 0 & \Delta tap_c(N_a N_b) \\ \Delta tap_c(1 + N_a)N_b & K_c + \Delta tap_c(N_a N_b) & -\Delta tap_c(N_b) \\ -\Delta tap_b(N_a) & \Delta tap_c(1 + N_b)N_a & K_c + \Delta tap_c(1 - N_a N_b) \end{bmatrix}$$

Avec:

$$K_c = -\frac{\Delta tap_c(N_a N_b)}{(1 + (N_a N_b N_c))^2}$$

Connexion fermée (Leading):

La matrice  $V_{NVM}$  est:

$$V_{NVM} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} K + N_a - (N_a N_b N_c) & N_a N_c (N_b + 1) & -N_a (N_c + 1) \\ -N_b (N_a + 1) & K + N_b - (N_a N_b N_c) & N_a N_b (N_c + 1) \\ N_b N_c (N_a + 1) & -N_c (N_b + 1) & K + N_c - (N_a N_b N_c) \end{bmatrix}$$

Pour ce cas de régulateur de tension:

$$C_j^a = K_a \begin{bmatrix} K_a + \Delta tap_a(1 - N_b N_c) & \Delta tap_a(1 + N_b)N_c & -\Delta tap_a(1 + N_c) \\ -\Delta tap_a(N_b) & K_a - \Delta tap_a(N_b N_c) & \Delta tap_a(1 + N_c)N_b \\ \Delta tap_a(N_b N_c) & 0 & K_a - \Delta tap_a(N_b N_c) \end{bmatrix}$$

$$C_j^b = K_b \begin{bmatrix} K_b - \Delta tap_b(N_a N_c) & \Delta tap_b(N_a N_b) & 0 \\ -\Delta tap_b(1 + N_a) & K_b + \Delta tap_b(1 - N_a N_c) & \Delta tap_b(1 + N_c)N_a \\ \Delta tap_b(1 + N_a)N_c & -\Delta tap_b(N_c) & K_b - \Delta tap_b(N_a N_c) \end{bmatrix}$$

$$C_j^c = K_c \begin{bmatrix} K_c - \Delta tap_c(N_a N_b) & \Delta tap_c(1 + N_b)N_a & -\Delta tap_c(N_a) \\ 0 & K_c - \Delta tap_c(N_b N_a) & \Delta tap_c(N_a N_b) \\ \Delta tap_c(1 + N_a)N_b & -\Delta tap_c(1 + N_b) & K_c + \Delta tap_c(1 - N_b N_a) \end{bmatrix}$$

Pour le calcul de la matrice Jacobienne associé a une phase  $\varphi_i$ :

$$C_j = \begin{bmatrix} [C_j^{\varphi_i}]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [C_j^{\varphi_i}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

### Régulateur de tension Type B delta:

Pour ce type de régulateur (type B delta), on pose:

$$K = (1 - N_a)(1 - N_b)(1 - N_c) + (N_a N_b N_c)$$

$$D = (1 - N_a)(1 - N_b)(1 - N_c)$$

$$\alpha_a = \Delta tap_a$$

$$\alpha_b = \Delta tap_b$$

$$\alpha_c = \Delta tap_c$$

### Connexion fermée (Lagging):

La matrice  $V_{NVM}$  est:

$$V_{NVM} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} D + N_a(1 - N_b)(1 - N_c) & -N_a(1 - N_c) & -N_a N_b \\ N_b N_c & D + N_b(1 - N_a)(1 - N_c) & -N_b(1 - N_c) \\ -N_c(1 - N_a) & N_a N_c & D + N_c(1 - N_a)(1 - N_b) \end{bmatrix}$$

On calcule  $C_j^a$ ,  $C_j^b$  et  $C_j^c$  comme suit:

$$C_j^a = K_a \begin{bmatrix} D_a + \alpha_a(1 - N_b)(1 - N_c) & -\alpha_a(1 - N_c) & \alpha_a(N_b) \\ 0 & D_a - \alpha_a(1 - N_c)N_b & \alpha_a N_b \\ 0 & \alpha_a(N_c) & D_a - \alpha_a(1 - N_b)N_c \end{bmatrix}$$

Où:

$$K_a = -\alpha_a(1 - N_b)(1 - N_c) + \alpha_a(N_b N_c)$$

$$D_a = -\alpha_a(1 - N_b)(1 - N_c)$$

Pour la phase b:

$$C_j^b = K_b \begin{bmatrix} D_b - \alpha_b(1 - N_c)N_a & 0 & \alpha_b N_a \\ \alpha_b(N_c) & D_b + \alpha_b(1 - N_a)(1 - N_c) & \alpha_b N_a \\ \alpha_b(N_c) & 0 & D_b - \alpha_b(1 - N_a)N_c \end{bmatrix}$$

Où:

$$K_b = -\alpha_b(1 - N_a)(1 - N_c) + \alpha_b(N_a N_c)$$

$$D_b = -\alpha_b(1 - N_a)(1 - N_c)$$

Quant à la phase c :

$$C_j^c = K_c \begin{bmatrix} D_c - \alpha_c(1 - N_b)N_a & 0 & \alpha_c N_a \\ \alpha_c(N_c) & D_c - \alpha_c(1 - N_a)N_b & \alpha_c N_a \\ \alpha_c(N_c) & 0 & D_c + \alpha_c(1 - N_a)(1 - N_b) \end{bmatrix}$$

Avec:

$$K_c = -\alpha_c(1 - N_a)(1 - N_b) + \alpha_c(N_a N_b)$$

$$D_c = -\alpha_c(1 - N_a)(1 - N_b)$$

Connexion fermée(Leading):

The matrix  $V_{NVM}$  is:

$$V_{NVM} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} D + N_a(1 - N_b)(1 - N_c) & N_a N_c & -N_a(1 - N_b) \\ -N_b(1 - N_c) & D + N_b(1 - N_a)(1 - N_c) & N_a N_c \\ N_b N_c & -N_c(1 - N_a) & D + N_c(1 - N_a)(1 - N_b) \end{bmatrix}$$

Les facteur K et D restent les mêmes que le cas précédent.

En ce qui concerne les trois matrices  $C_j^a, C_j^b, C_j^c$  dans le présent cas sont:

$$C_j^a = K_a \begin{bmatrix} D_a + \alpha_a(1 - N_b)(1 - N_c) & -\alpha_a N_c & -\alpha_a(1 - N_b) \\ 0 & D_a - \alpha_a(1 - N_c)N_b & \alpha_a N_b \\ 0 & \alpha_a(N_c) & D_a - \alpha_a(1 - N_b)N_c \end{bmatrix}$$

$$C_j^b = K_b \begin{bmatrix} D_b - \alpha_b(1 - N_c)N_a & 0 & -\alpha_b(1 - N_b) \\ -\alpha_b(1 - N_c) & D_b + \alpha_b(1 - N_a)(1 - N_c) & \alpha_b N_a \\ \alpha_b(N_c) & 0 & D_b - \alpha_b(1 - N_a)N_c \end{bmatrix}$$

$$C_j^c = K_c \begin{bmatrix} D_c - \alpha_c(1 - N_b)N_a & \alpha_c N_a & 0 \\ \alpha_c(N_b) & D_c - \alpha_c(1 - N_a)N_b & 0 \\ \alpha_c(N_b) & -\alpha_c(1 - N_a) & D_c + \alpha_c(1 - N_a)(1 - N_b) \end{bmatrix}$$

Les facteurs  $K_a, K_b, K_c, D_a, D_b$  et  $D_c$  restent similaires au cas précédent.